LA DINAMICA - LEGGI DI NEWTON

Esercizi svolti dal prof. Gianluigi Trivia - Scritti con Lyx.

La Forza

Esercizio 1. Se un chilogrammo campione subisce un'accelerazione di $2.00\, m/s^2$ nella direzione dell'angolo formante un angolo di 20° rispetto al verso positivo dell'asse x, determinare le componenti orizzontale e verticale della forza netta agente sul campione e scriverla poi attraverso i versori degli assi.

Soluzione. la seconda legge di Newton collega il concetto di forza con gli effetti che essa produce sui corpi, determinandone una variazione nella loro velocità, secondo la relazione

$$F = ma$$

dove la forza è misurata in newton (N); nel nostro caso la massa $m = 1.0\, kg$ e l'accelerazione $a = 2.00\, \frac{m}{s^2}$, per cui avremo che la forza nella direzione indicata è

$$F = 1.0\, kg \cdot 2.00\, \frac{m}{s^2} = 2.0\, N$$

per determinare le componenti, dobbiamo ricavare le proiezioni di tale vettore, diretto lungo la direzione formante 20°:

$$\begin{aligned} F_x &= 2.0\, N \cdot \cos 20^\circ = 1.9\, N \\ F_y &= 2.0\, N \cdot \sin 20^\circ = 0.7\, N \end{aligned}$$

esprimendo la forza mediante il suoi versori, avremo:

$$\overrightarrow{F} = 1.0\overrightarrow{i} + 0.7\overrightarrow{j}$$

Esercizio 2. Se un chilogrammo campione è accelerato da due forze, $\overrightarrow{F_1} = 3.0\overrightarrow{i} + 4.0\overrightarrow{j}$ ed $\overrightarrow{F}_2 = -2.0\overrightarrow{i} - 6.0\overrightarrow{j}$, determinare la forza netta risultante espressa tramite i versori; determinare poi l'intensità e la direzione della forza e dell'accelerazione.

Soluzione. la forza risultante si determina sommando vettorialmente le due forze agenti, secondo le modalità presentate negli esercizi sui vettori. Le forze sono in questo caso espresse tramite i loro versori e le loro componenti lungo gli assi; pertanto la forza risultante avrà come componenti la somma vettoriale delle componenti delle due forze agenti:

$$\overrightarrow{R} = (3.0 - 2.0)\, \overrightarrow{i} + (4.0 - 6.0)\, \overrightarrow{j} = 1.0\overrightarrow{i} - 2.0\overrightarrow{j}$$

l'intensità, o modulo, della forza è espresso da

$$R = \sqrt{(1.0)^2 + (-2.0)^2} = 2.2\, N$$

la direzione è espressa dal coefficiente angolare della retta che contiene il vettore con l'asse delle x (ricordiamo che il coefficiente angolare coincide con la tangente di tale angolo)

$$\alpha = \arctan\left(\frac{-2.0}{1.0}\right) = 116.6^\circ$$

l'accelerazione impressa al corpo avrà la stessa direzione, mentre l'intensità della accelerazione sarà data da

$$a = \frac{F}{m} = \frac{2.2\, N}{1.0\, kg} = 2.2\, \frac{m}{s^2}$$

Esercizio 3. Un chilogrammo campione accelera di $4.00\, m/s^2$ in direzione di 160° rispetto al verso positivo dell'asse x sotto l'azione di due forze, una delle quali è $\overrightarrow{F_1} = 2.50\overrightarrow{i} + 4.60\overrightarrow{j}$. Trovare intensità e direzione della seconda forza ed esprimerla poi mediante i vettori unitari.

Soluzione. la forza risultante che accelera il corpo è diretta come la forza risultante. Conoscendo la massa e l'accelerazione, possiamo determinare l'intensità di tale forza risultante

$$R = ma = 1\,kg \cdot 4.00\,\frac{m}{s^2} = 4\,N$$

Tale forza sarà diretta a 160° rispetto al verso positivo dell'asse x. Le sue componenti saranno pertanto

$$\begin{aligned} R_x &= 4\cos 160^\circ = -3.76\,N \\ R_y &= 4\sin 160^\circ = 1.37\,N \end{aligned}$$

Essendo $\overrightarrow{F_1} + \overrightarrow{F_2} = \overrightarrow{R}$, $F_{1x} = 2.50\,N$ e $F_{1y} = 4.60\,N$, e inoltre $R_x = -3.76 = 2.50 + F_{2x}$ e $R_y = 1.37 = 4.60 + F_{2y}$, si avrà

$$\begin{aligned} F_{2x} &= -3.76 - 2.50 = -6.26\,N \\ F_{2y} &= 1.37 - 4.60 = -3.23\,N \end{aligned}$$

l'intensità di F_2 è

$$F_2 = \sqrt{(-6.26)^2 + (-3.23)^2} = 7.04\,N$$

espressa mediante i vettori unitari sarà

$$\overrightarrow{F_2} = -6.26\,\overrightarrow{i} - 3.23\,\overrightarrow{j}$$

la sua direzione è (α sarà nel terzo quadrante essendo entrambe le componenti negative)

$$\alpha = \arctan\left(\frac{-3.23}{-6.26}\right) = 180^\circ + 27.3^\circ = 207.3^\circ$$

Seconda legge di Newton

Esercizio 4. Su una scatola di $2.0\,kg$ agiscono due forze. Una forza ha una intensità di $20\,N$. La scatola si muove lungo l'asse x. Trovare il valore della seconda forza se l'accelerazione $a_x = 10\,m/s^2$.

Soluzione. Conoscendo l'accelerazione e la massa della scatola, si può ottenere l'intensità della forza risultante:

$$F = ma = 2.0\,kg \cdot 10\,\frac{m}{s^2} = 20\,N$$

La seconda forza avrà pertanto una intensità nulla.

Esercizio 5. Su una scatola di $2.0\,kg$ agiscono due forze. Una, (F_1) ha intensità di $20.0\,N$ ed è diretta come il verso positivo dell'asse x, la seconda è incognita. L'accelerazione del corpo, dovuta alla forza risultante, è di $12\,m/s^2$ ed è diretta a 240° rispetto all'asse x. Trovare la seconda forza in intensità e direzione.

Soluzione. Assegnati i valori della massa e dell'accelerazione della scatola è possibile determinare l'intensità della forza risultante:

$$R = 2.0\,kg \cdot 12\,\frac{m}{s^2} = 24\,N$$

Tale forza è diretta come l'accelerazione, cioè formerà un angolo di 240 con l'asse orizzontale. È possibile quindi determinarne le componenti

$$\begin{aligned} R_x &= 24 \cdot \cos 240^\circ = -12\,N \\ R_y &= 24 \cdot \sin 240^\circ = -21\,N \end{aligned}$$

La forza F_1 avrà come componenti

$$\begin{aligned} F_{1x} &= 20.0\,N \\ F_{2x} &= 0\,N \end{aligned}$$

essendo diretta lungo l'asse x. Pertanto, poiché $R = F_1 + F_2$, avremo

$$\begin{aligned} F_{2x} &= R_x - F_{1x} &= -12 - 20 = -32\,N \\ F_{2y} &= R_y - F_{1y} &= -21 - 0 = -21\,N \end{aligned}$$

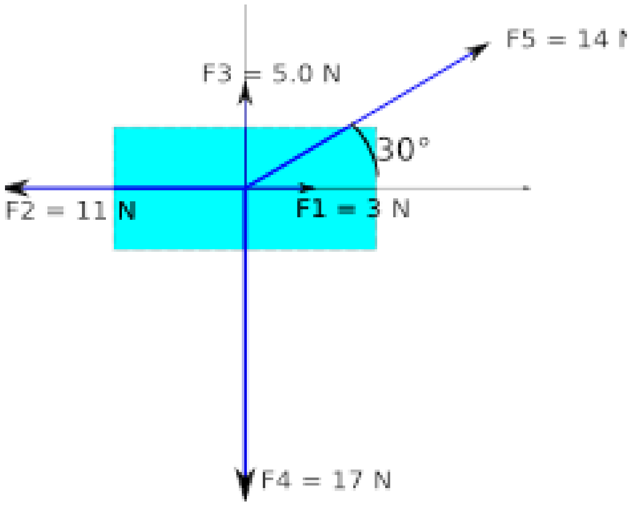
L'intensità della forza F_2, sarà

$$F_2 = \sqrt{(-32)^2 + (-21)^2} = 38\,N$$

e sarà diretta

$$\alpha = \arctan\left(\frac{-20.8}{-32}\right) = 213°$$

Cinque forze agiscono sulla scatola in figura di massa $2.0\,kg$. Trovare la sua accelerazione nella sua notazione vettoriale e in intensità e direzione.



Soluzione. L'accelerazione ha la stessa direzione della forza risultante. Calcoliamo prima la forza risultante dalla somma delle cinque forze assegnate. Esprimiamo le cinque forze secondo le loro componenti lungo gli assi coordinati

$$\begin{aligned} F_1 &= 3.0\vec{i} \\ F_2 &= -11\vec{i} \\ F_3 &= 5.0\vec{j} \\ F_4 &= -17\vec{j} \\ F_5 &= 12.1\vec{i} + 7.0\vec{j} \end{aligned}$$

La risultante sarà pertanto

$$\overrightarrow{R} = (3.0 - 11 + 12.1)\,\vec{i} + (5.0 - 17 + 7.0)\,\vec{j} = 4.1\vec{i} - 5.0\vec{j}$$

La forza risultante ha intensità

$$R = \sqrt{4.1^2 + (-5.0)^2} = 6.5\,N$$

formante un angolo $\alpha = \arctan\left(\frac{-5.0}{4.1}\right) = -50°$ con l'asse orizzontale. L'accelerazione ha la stessa direzione della forza intensità

$$a = \frac{F}{m} = \frac{6.5}{2.0} = 3.25\,\frac{m}{s^2}$$

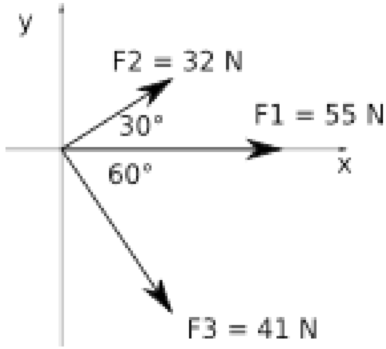
Le sue componenti saranno

$$\begin{aligned} a_x &= 3.25 \cdot \cos(-50°) = 2.0 \\ a_y &= 3.25 \cdot \sin(-50°) = -2.5 \end{aligned}$$

da cui

$$\overrightarrow{a} = 2.0\overrightarrow{i} - 2.5\overrightarrow{j}$$

Esercizio 6. Tre astronauti, muniti di zaino a razzo, spingono e guidano un asteroide di $120\,kg$ esercitando le forze indicate in figura. Trovare l'accelerazione dell'asteroide in notazione per vettori unitari e in intensità e direzione.



Soluzione. esercizio un poco «fantascientifico». In ogni caso, per determinare l'accelerazione è necessario conoscere la forza risultante. Trattandosi di angoli di 30° e 60°, cioè angoli che si riferiscono a triangoli equilateri e alle loro metà, è possibile calcolare le componenti verticali ed orizzontali delle forze anche senza l'ausilio delle funzioni goniometriche.

$$\begin{array}{rclrcl} F_{1x} & = & 55\,N & F_{1y} & = & 0 \\ F_{2x} & = & 27.7\,N & F_{2y} & = & 16\,N \\ F_{3x} & = & 20.5\,N & F_{3y} & = & -35.5\,N \end{array}$$

La risultante sarà pertanto

$$\overrightarrow{R} = (55 + 27.7 + 20.5)\,\overrightarrow{i} + (16 - 35.5)\,\overrightarrow{j} = 103.2\overrightarrow{i} - 19.5\overrightarrow{j}$$

L'accelerazione sarà data da

$$\overrightarrow{a} = \frac{\overrightarrow{R}}{m} = 0.86\overrightarrow{i} - 0.16\overrightarrow{j}$$

l'intensità dell'accelerazione sarà

$$a = \sqrt{0.86^2 + (-0.16)^2} = 0.87\,\frac{m}{s^2}$$

la direzione

$$\alpha = \arctan\frac{-0.16}{0.86} = -10.5°$$

Forza Peso

Esercizio 7. Un viaggiatore con massa di $75\,kg$ lascia la Terra. Calcolare il suo peso sulla Terra, su Marte, dove $g = 3.8\,m/s^2$, e nello spazio interplanetario, dove $g = 0$. Qual è la massa in questi tre luoghi?

Soluzione. Il peso di un corpo è espresso da $P = mg$, dove m è la sua massa e g l'accelerazione di gravità riferita al luogo. Il peso sulla Terra sarà pertanto

$$P_{Terra} = 75\,kg \cdot 9.8\,\frac{m}{s^2} = 735\,N$$

Il peso su Marte sarà

$$P_{Marte} = 75\,kg \cdot 3.8\,\frac{m}{s^2} = 285\,N$$

Il peso nello spazio interplanetario sarà nullo. La massa, come si vede anche applicando la relazione, rimane in ogni caso invariata e pari a $75\,kg$.

Esercizio 8. Un corpo puntiforme pesa $22\,N$ in un luogo dove l'accelerazione di gravità è $9.8\,m/s^2$. Trovare il suo peso e la sua massa in un altro luogo, dove l'accelerazione di gravità è di $4.9\,m/s^2$; trovare infine il suo peso e la sua massa se è trasportato in un punto dello spazio dove l'accelerazione di gravità è nulla.

Soluzione. Questo esercizio si basa sulla corretta comprensione del diverso significato di massa e peso di un corpo; la massa è una grandezza caratteristica e costante, il peso è relativo all'oggetto che attrae esercitando una forza. Pertanto, possiamo calcolare la massa del corpo puntiforme dai dati relativi alla terra

$$m = \frac{P}{g} = \frac{22\,N}{9.8\,\frac{m}{s^2}} = 2.2\,kg$$

tale massa rimane costante in tutti i casi richiesti. Al contrario il peso è legato all'accelerazione che la forza produce, per cui

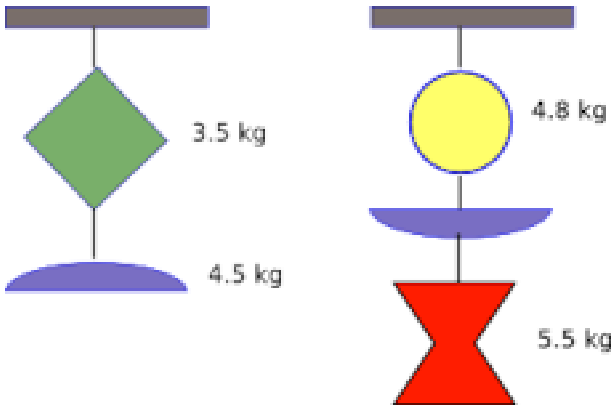
$$P_1 = mg_1 = 2.2 \cdot 4.9\,\frac{m}{s^2} = 11\,N$$

Come si può notare, essendo il peso proporzionale all'accelerazione di gravità, si può calcolare anche così

$$\frac{P}{P_1} = \frac{g}{g_1}$$

da cui, essendo $g = 2g_1$, si avrà $P_1 = \frac{P}{2} = 11\,N$. Nel caso in cui l'accelerazione di gravità si annulla (dove?) il peso dell'oggetto si annulla.

Esercizio 9. Un oggetto da ornamento sospeso al soffitto è formato da due pezzi di metallo, uniti da fili di massa trascurabile, le cui masse sono quelle indicate in figura. Determinare la tensione nel filo inferiore e in quello superiore. Se si aggiunge, in figura a destra, un terzo pezzo metallico, sapendo che la tensione nel filo più in alto è di 199 N, trovare la tensione nel filo di mezzo e in quello in basso.



Soluzione. la figura indica le masse che sono soggette ad una accelerazione di gravità di $9.8\,m/s^2$; il filo agganciato al soffitto, rappresenta il vincolo che impedisce all'oggetto di cadere; il primo tratto di filo sopporta il peso di entrambi i due pezzi, la cui massa complessiva è $m = m_1 + m_2 = 3.5\,kg + 4.5\,kg = 8\,kg$; la tensione sarà quindi

$$T_{sup} = 8\,kg \cdot 9.8\,\frac{m}{s^2} = 78\,N$$

la parte inferiore sostiene solo il secondo pezzo di massa $m_2 = 4.5\,kg$, pertanto

$$T_{inf} = 4.5\,kg \cdot 9.8\,\frac{m}{s^2} = 44\,N$$

Nel secondo caso, con i tre pezzi, è nota la tensione del filo più alto, cioè quello che deve sostenere le tre masse; è quindi possibile ricavare la massa del terzo pezzo; da

$$T_{sup} = (m_1 + m_2 + m_3)\,g = (10.3 + m_2)\,g$$

si ha

$$m_2 = \frac{T_{sup}}{g} - 10.3 = \frac{199\,N}{9.8\,\frac{m}{s^2}} - 10.3\,kg = 10\,kg$$

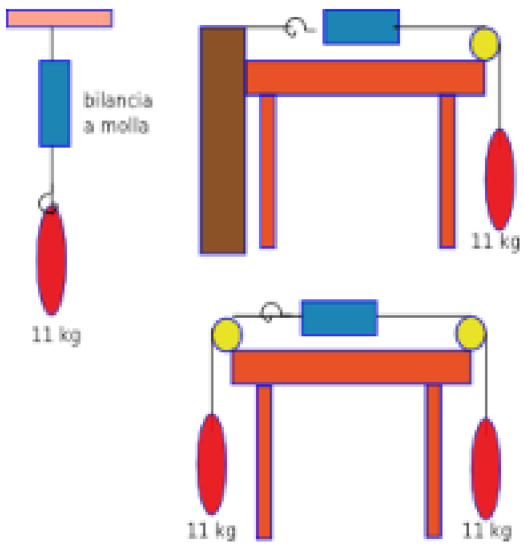
La tensione del filo centrale, che deve sostenere due pezzi, sarà

$$T_{cent} = (10 + 5.5)\,kg \cdot 9.8\,\frac{m}{s^2} = 152\,N$$

La tensione del filo inferiore, che deve sostenere solo un pezzo, sarà

$$T_{cent} = 5.5\,kg \cdot 9.8\,\frac{m}{s^2} = 54\,N$$

Esercizio 10. Uno stesso corpo di massa $11\,kg$ è appeso a una bilancia a molla in tre condizioni diverse, come mostrato in figura. Determinare la lettura della bilancia nel caso in cui il corpo è appeso in verticale, nel caso in cui è sorretto da un filo che scorre in una puleggia e che a un estremo è fissato al muro, e infine nel caso in cui il corpo sia equilibrato, tramite una seconda puleggia da un oggetto di pari massa.



Soluzione. Nel primo caso, la bilancia segnerà il peso del corpo cioè

$$P = mg = 11\,kg \cdot 9.8\,\frac{m}{s^2} = 108\,N$$

Nel secondo caso, la forza che spinge il corpo verso il basso è sempre il suo peso e quindi la bilancia segnerà ancora $108\,N$; nel terzo caso, i due pesi, equilibrano la bilancia a molla, ma su quest'ultima agirà ancora il peso del corpo e quindi la molla si allungherà indicando un valore di $108\,N$, che è la forza equilibrante.

Applicazioni delle leggi di Newton

Esercizio 11. Quando un aeroplano è in linea di volo orizzontale, il suo peso è equilibrato dalla portanza, una forza diretta verso l'alto esercitata dall'aria tramite le ali. Determinare l'intensità di tale portanza su un aereo avente una massa di $1.20 \cdot 10^3\,kg$ che vola a quota costante.

L'esercizio trascura ovviamente numerosi aspetti studiati dalla fluidodinamica; nel caso semplice esposto, la portanza deve equilibrare il peso dell'areo e quindi

$$P = 1.20 \cdot 10^3\,kg \cdot 9.8\,\frac{m}{s^2} = 11760\,N$$

Esercizio 12. Un'automobile di massa $1500\,kg$, che si muove con una velocità di $70\,{}^{km}/_{h}$ è frenata e si ferma in un tratto di $60\,m$. Trovare la forza frenante e il tempo richiesto per fermarsi. Con la stessa forza frenante, trovare la distanza e il tempo richiesto per fermarsi se l'automobile ha una velocità di $35\,{}^{kn}/_{h}$.

Soluzione. Dalla seconda legge di Newton sappiamo che $F = ma$, per cui per ricavare la forza è necessario conoscere l'accelerazione (negativa in questo caso) che supponiamo essere costante. Possiamo quindi applicare le leggi della cinematica del moto uniformemente accelerato

$$v_f^2 = v_0^2 + 2as$$

sappiamo che l'auto si ferma, per cui $v_f = 0$ e la lunghezza della frenata è pari a $60\,m$, per cui, sapendo che $70\,\frac{km}{h} = \frac{70}{3,6}\,\frac{m}{s} = 19\,\frac{m}{s}$

$$-a = \frac{v_f^2 - v_0^2}{2s} = \frac{19^2}{120} = 3,0\,\frac{m}{s^2}$$

il tempo per fermarsi

$$s = v_0 t + \frac{1}{2}at^2$$

sostituendo

$$60 = 19t - 1,5t^2$$

risolvendo

$$t_{1,2} = 6\,s$$

la forza esercitata è pertanto

$$F = ma = 1500 \times 3,0 = 4500\,N$$

Se la forza rimane la stessa così come la massa, l'accelerazione rimane pure la stessa e quindi

$$s = \frac{v_f^2 - v_0^2}{2a} = \frac{0 - 10^2}{6,0} = 16\,m$$

e il tempo di frenata sarà

$$16 = 10t - 1,5t^2$$
$$t = 4\,s$$

Esercizio 13. Un razzo sperimentale a slitta, con massa di $500\,kg$, può essere accelerato in modo costante da fermo fino a $1600\,km/h$ in $1.8\,s$. Trovare l'intensità della forza media necessaria.

Soluzione. essendo l'accelerazione costante, è possibile far ricorso alle relazioni che descrivono il moto uniformemente accelerato. In particolare, in questo caso conosciamo le velocità finali, iniziali e il tempo durante il quale il razzo è stato accelerato; pertanto, dopo aver trasformato la velocità finale in m/s, cioè $\frac{1600}{3.6} = 444.4\,m/s$

$$a = \frac{\triangle v}{\triangle t} = \frac{(444.4 - 0)\ \frac{m}{s}}{1.8\,s} = 247\,\frac{m}{s^2}$$

cioè circa $25g$. La forza media che ha prodotto tale accelerazione è

$$F = ma = 500\,kg \cdot 247\,\frac{m}{s^2} = 123500\,N = 1.2 \cdot 10^5\,N$$

Esercizio 14. Un'auto che viaggia a $53\,km/h$ va a sbattere contro la spalletta di un ponte. Un passeggero seduto all'interno si sposta in avanti, rispetto alla strada, di $65\,cm$ fino a che si arresta per l'intervento dell'"air bag". Trovare l'intensità della forza, supposta costante, che agisce sul busto del passeggero, che ha una massa di $41\,kg$.

Soluzione. Lo spostamento in avanti del passeggero è dovuto alla sua inerzia, come ben illustrato dalla prima legge della dinamica o legge, appunto, d'inerzia. anche in questo caso abbiamo la velocità iniziale, $v_i = \frac{53}{3.6} = 14.7\,\frac{m}{s}$, la velocità finale, $v_f = 0\,m/s$ e la distanza percorsa (dato mancante: il tempo). L'accelerazione sarà pertanto

$$v_f^2 = v_i^2 + 2a\triangle s$$

da cui

$$a = \frac{v_f^2 - v_i^2}{2\triangle s} = \frac{\left(0 - 14.7^2\right)\frac{m}{s^2}}{2 \cdot 0.65\,m} = -166\,\frac{m}{s^2}$$

La forza sarà pertanto

$$F = 41\,kg \cdot (-166)\ \frac{m}{s^2} = 6815\,N$$

Esercizio 15. Se un nucleo cattura un neutrone vagante, deve portarlo ad arrestarsi, entro una distanza non superiore al diametro del nucleo stesso, per effetto della cosiddetta forza forte, che si può considerare nulla all'esterno del nucleo. Supponiamo che un neutrone con velocità iniziale $1.4 \cdot 10^7\, m/s$ sia catturato da un nucleo con diametro $d = 1.0 \cdot 10^{-14}\, m$. Trovare l'intensità della forza, supposta costante, che agisce sul neutrone avente massa $1.67 \cdot 10^{-27}\, kg$.

Soluzione. Anche qui possiamo utilizzare la seconda legge di Newton, date le condizioni semplificate esposte. Pertanto risulta necessario calcolare l'accelerazione attraverso le leggi della cinematica, note le velocità iniziali e finali e la distanza.

$$v_f^2 = v_i^2 + 2a\triangle s$$

da cui

$$a = \frac{v_f^2 - v_i^2}{2\triangle s} = \frac{0 - \left(1.4 \cdot 10^7\right)^2 \frac{m^2}{s^2}}{2 \cdot 1.0 \cdot 10^{-14}\, m} = 9.8 \cdot 10^{27}\, \frac{m}{s^2}$$

la forza esercitata sarà pertanto

$$F = 1.67 \cdot 10^{-27}\, \frac{m}{s^2} \cdot 9.8 \cdot 10^{27}\, \frac{m}{s^2} = 16.4\, N$$

Esercizio 16. Due persone tirano in versi opposti una slitta di $25\, kg$ su una strada ghiacciata. Se i contendenti esercitano forze di $90\, N$ e $92\, N$, determinare il valore assoluto dell'accelerazione della slitta.

Le due forze hanno la stessa direzione ma verso opposto; essendo di intensità diversa, la slitta non sarà in equilibrio, ma si muoverà nel verso della forza maggiore. La risultante delle due forze è

$$R = |F_1 - F_2| = |92 - 90|\ N = 2\, N$$

La slitta subirà un'accelerazione

$$a = \frac{R}{m} = \frac{2\, N}{25\, kg} = 0.08\, \frac{m}{s^2}$$

Esercizio 17. Due blocchi di massa m_1 e m_2, collegati con una molla di massa trascurabile, poggiano su un piano orizzontale senza attrito. Trovare il rapporto delle loro accelerazioni dopo che essi sono allontanati dalla posizione di quiete e poi rilasciati.

Soluzione. I due blocchi scorrono sul tavolo e quindi il loro peso è equilibrato dalla forza diretta verso l'altro esercitata dal tavolo. Abbiamo quindi solo un'accelerazione orizzontale. La molla viene dilatata ed esercita una forza di richiamo uguale in modulo sui due corpi ma agisce in versi opposti. Pertanto se

$$F_1 = m_1 a_1 \quad F_2 = m_2 a_2 \quad F_1 = F_2$$

$$\frac{a_1}{a_2} = \frac{m_2}{m_1}$$

Esercizio 18. Un motociclo di $200\, kg$ accelera da fermo fino a raggiungere i $90\, km/h$ in $6.0\, s$. Determinare la sua accelerazione e l'intensità della forza netta (supposta costante) che agisce sul motociclo.

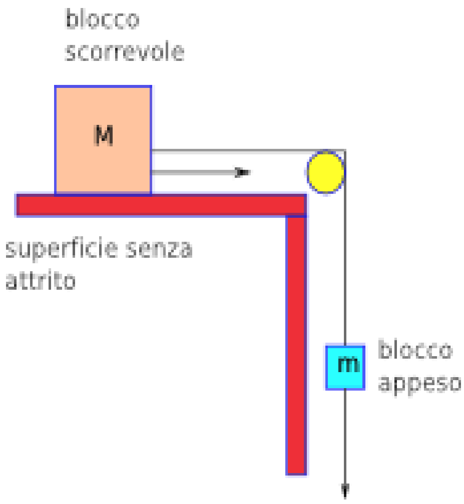
Soluzione. Il calcolo dell'accelerazione può essere fatto attraverso le leggi del moto uniformemente accelerato (forza costante), dopo aver trasformato $v_f = 90/3.6 = 25\, m/s$:

$$a = \frac{\triangle v}{\triangle t} = \frac{(25 - 0)\ \frac{m}{s}}{6.0\, s} = 4.2\, \frac{m}{s^2}$$

La forza sarà pertanto, applicando la seconda legge

$$F = ma = 200\, kg \cdot 4.2\, \frac{m}{s^2} = 833\, N$$

Esercizio 19. Un blocco di massa $m = 2.0\,kg$ scorre su una superficie priva di attrito. A tale blocco è legato un blocco di massa $M = 4.0\,kg$ con una fune tramite una puleggia. (fune e puleggia si intendono privi di massa e di attrito). Il moto è indicato dalle frecce. Quale dovrebbe essere la massa appesa per avere la massima accelerazione e quali saranno l'accelerazione e la tensione della fune corrispondente.



Soluzione. l'accelerazione massima si ha scambiando il ruolo dei due corpi, quando la massa appesa è uguale a quella scorrevole; la forza che determina il moto del sistema è il peso del corpo appeso (la gravità sul blocco scorrevole, privo di attrito, non influisce sul moto). Per rispondere al secondo quesito, osserviamo che sul blocco scorrevole agiscono tre forze: la gravità, mg, la spinta del tavolo verso l'alto (reazione vincolare),$-mg$, e la tensione della fune, T diretta orizzontalmente; sul blocco appeso agiscono due forze, dirette verticalmente, ma di verso opposto: la gravità, $-Mg$, e la tensione T della fune. Sul blocco scorrevole la somma di gravità e reazione vincolare è nulla ed agisce quindi solo la tensione $T = Ma$, diretta come la freccia in figura.
L'accelerazione e la tensione sono pertanto ottenibili risolvendo le due equazioni

$$\begin{aligned} T - mg &= -ma \\ T &= Ma \end{aligned}$$

L'accelerazione si ottiene da

$$Ma - mg + ma = 0$$

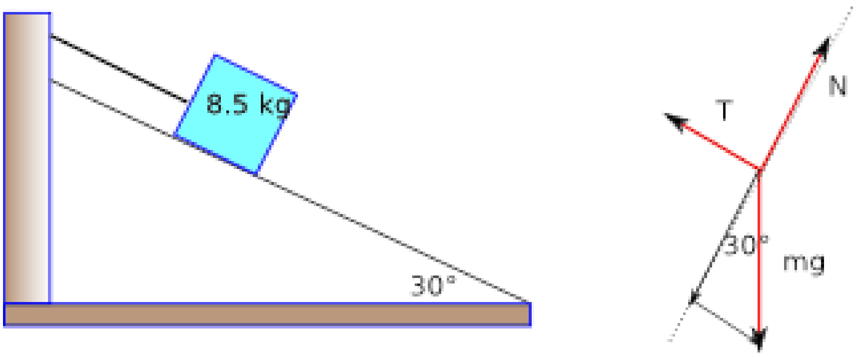
risolvendo rispetto ad a, si ha

$$a = \left(\frac{m}{M+m}\right) g = \frac{4\,kg}{6\,kg} \cdot 9.8\,\frac{m}{s^2} = 6.5\,\frac{m}{s^2}$$

la tensione sarà allora, sostituendo l'accelerazione a

$$T = Ma = \left(\frac{Mm}{M+m}\right) g = \frac{2\,kg \cdot 4\,kg \cdot 9.8\,\frac{m}{s^2}}{6\,kg} = 13\,N$$

Esercizio 20. Un corpo di massa $8.5\,kg$, può scorrere senza attrito su un piano inclinato di 30°. È tenuto in equilibrio tramite una fune un cui estremo è fissato ad una parete (si veda la figura). Trovare la tensione, T, della fune e la forza normale, N, che agisce sul blocco. Nel caso che la fune venga tranciata, trovare l'accelerazione del blocco.



Nel baricentro del blocco agiscono le tre forze indicate in figura; in particolare, mg è il peso del blocco, T è la tensione della fune e N è la reazione vincolare . Se il corpo è inizialmente in equilibrio, la loro somma vettoriale deve essere nulla. Per eseguire questo calcolo, è necessario scomporre la forza peso nelle due componenti, mostrate in figura, dirette lungo il piano inclinato, come T e perpendicolarmente ad esso, come N. Il calcolo può essere fatto utilizzando le funzioni goniometriche, oppure, in questo caso, basta ricordare che un triangolo rettangolo con un angolo di 30° è la metà di un triangolo equilatero. Pertanto

$$\begin{aligned}(mg) = P_{parallelo} &= mg \cdot \frac{1}{2} = \frac{8.5\,kg \cdot 9.8\,\frac{m}{s^2}}{2} = 42\,N \\ (mg) = P_{perp} &= mg \cdot \frac{\sqrt{3}}{2} = \frac{8.5\,kg \cdot 9.8\,\frac{m}{s^2} \cdot \sqrt{3}}{2} = 72\,N\end{aligned}$$

Nella condizione di equilibrio si ha

$$\begin{aligned}T &= -P_{parallelo} = -42\,N \\ N &= -P_{perp} = -72\,N\end{aligned}$$

Se la fune viene tranciata il corpo scende soggetto alla sola $P_{parallelo}$ e quindi con una accelerazione

$$a = \frac{P_{parallelo}}{m} = \frac{-42}{8.5\,kg} = 4.9\,\frac{m}{s^2}$$

Esercizio 21. Un blocco è lanciato su per un piano inclinato privo di attrito con velocità v_0. L'angolo di inclinazione del piano è θ. Trovare il cammino percorso sul piano e il tempo impiegato a fermarsi quando la sua velocità iniziale è $v_0 = 3\,\frac{m}{s}$ e l'angolo $\theta = 30°$.

Soluzione. In assenza di attrito, l'unica forza agente è quella di gravità che tende a riportare in basso il blocco. Scorrendo su un piano inclinato consideriamo solo l'azione della componente parallela della forza peso perché la componente perpendicolare è equilibrata dalla spinta verso l'alto del piano inclinato. La componente parallela della forza peso è $P_{//} = P \sin\theta$ e quindi l'accelerazione sarà $a = g \sin\theta$. Utilizzando le leggi del moto uniformemente accelerato con accelerazione negativa si ha

$$v_f^2 = v_0^2 - 2as$$

il cammino percorso sarà il tratto di piano inclinato dal punto di partenza a quello dove il corpo si ferma, cioè dove la sua velocità si annulla; pertanto

$$s = \frac{-v_0^2}{-2a} = \frac{v_0^2}{2g\sin\theta}$$

sostituendo i valori numerici

$$s = \frac{9}{2 \times 9,81 \times \frac{1}{2}} = 0,92\,m$$

possiamo calcolare il tempo dalla definizione di accelerazione

$$t = \frac{v_f - v_0}{a} = \frac{v_f - v_0}{g\sin\theta}$$

sostituendo i valori numerici

$$t = \frac{-3}{9,81 \times \frac{1}{2}} = 0,61\,s$$

Esercizio 22. Un aereo a reazione parte da fermo per il decollo e accelera a $2.3\,m/s^2$. Ha due propulsori, ciascuno dei quali esercita una spinta di $1.4 \cdot 10^5\,N$. Trovare il peso dell'aereo.

Soluzione. esercizio applicativo della terza legge di Newton, in quanto il gas espulso dai motori verso il basso determina una spinta uguale e contraria verso l'alto. Non consideriamo qui il fatto che, mentre il razzo si alza, la sua massa diminuisce grazie alla combustione del carburante. La massa del razzo è il rapporto tra la forza esercitata e la sua massa

$$m = \frac{F}{a} = \frac{2.8 \cdot 10^5\,N}{2.3\,\frac{m}{s^2}} = 1.22 \cdot 10^5\,kg$$

il suo peso sarà quindi

$$P = mg = 1.22 \cdot 10^5\,N \cdot 9.8\,\frac{m}{s^2} = 1.2 \cdot 10^6\,N$$

Esercizio 23. In un esperimento di laboratorio un elettrone (massa $m_e = 9.11 \cdot 10^{-31}\,kg$) inizialmente fermo è sottoposto a un'accelerazione costante su un percorso di $1.5\,cm$ e raggiunge la velocità di $6.0 \cdot 10^6\,m/s$ al termine di questo percorso. Determinare il modulo della forza che accelera l'elettrone e il peso dello stesso.

Soluzione. la conoscenza della variazione di velocità e della distanza percorsa sotto l'azione di una forza bastano per determinare il modulo dell'accelerazione dalle leggi del moto uniformemente accelerato

$$v_f^2 = v_0^2 + 2as$$

da cui, risolvendo rispetto ad a

$$a = \frac{v_f^2 - v_0^2}{2s} = \frac{\left(6.0 \cdot 10^6\,\frac{m}{s}\right)^2 - \left(0\,\frac{m}{s}\right)^2}{2 \cdot 1.5 \cdot 10^{-2}\,m} = 1.2 \cdot 10^{15}\,\frac{m}{s^2}$$

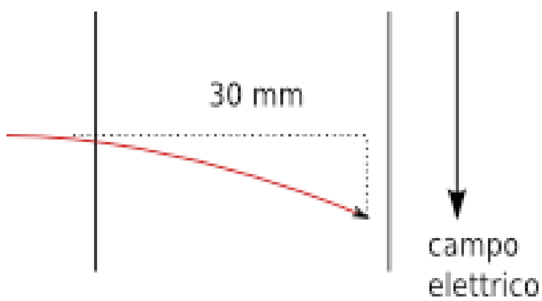
e la forza accelerane sarà

$$F = ma = 9.11 \cdot 10^{-31}\,kg \cdot 1.2 \cdot 10^{15}\,\frac{m}{s^2} = 1.1 \cdot 10^{-15}\,N$$

il suo peso è, considerando la massa costante,

$$P = mg = 9.11 \cdot 10^{-31}\,kg \cdot 9.81\,\frac{m}{s^2} = 8.9 \cdot 10^{-30}\,N$$

Esercizio 24. Un elettrone viene proiettato orizzontalmente alla velocità di $1.2 \cdot 10^7\,m/s$ in un campo elettrico che esercita su esso una forza verticale costante di $4.5 \cdot 10^{-16}\,N$. La massa dell'elettrone è $9.11 \cdot 10^{-31}\,kg$. Determinare di quale distanza verticale devia l'elettrone durante il tempo in cui percorre $30\,mm$ in orizzontale.



Soluzione. in figura è mostrata schematicamente la possibile traiettoria dell'elettrone. Lo schema dovrebbe far riconoscere che il moto di tale elettrone può essere descritto dalle leggi del moto parabolico, caratterizzato da una velocità orizzontale costante e da un moto verticale uniformemente accelerato. L'elettrone alla velocità indicata, percorre i $30\,mm$ in

$$t = \frac{0.03\,m}{1.2 \cdot 10^7\,\frac{m}{s}} = 2.5 \cdot 10^{-9}\,s$$

in questo intervallo di tempo l'elettrone «cade» verticalmente di

$$h = \frac{1}{2}at^2$$

ricaviamo, pertanto, l'accelerazione impressa dal campo elettrico, applicando la legge di Newton

$$a = \frac{F}{m} = \frac{4.5 \cdot 10^{-16}\,N}{9.11 \cdot 10^{-31}\,kg} = 4.9 \cdot 10^{14}\,\frac{m}{s^2}$$

da cui

$$h = \frac{1}{2}at^2 = \frac{1}{2} \cdot 4.9 \cdot 10^{14}\,\frac{m}{s^2} \cdot \left(2.5 \cdot 10^{-9}\,s\right)^2 = 1.5 \cdot 10^{-3}\,m$$

Esercizio 25. Un'auto del peso di $1.30 \cdot 10^4\,N$, che sta viaggiando a $40\,km/h$, è frenata in modo da arrestarsi in $15\,m$. Ammettendo una forza frenante costante, trovare l'intensità di tale forza e il tempo impiegato per la variazione di velocità. Se, invece, la velocità iniziale fosse doppia, e la forza frenante costante fosse la stessa, trovare la distanza di arresto e la durata della frenata.

Soluzione. se l'auto ha il peso indicato, la sua massa sarà

$$m = \frac{P}{g} = \frac{1.30 \cdot 10^4\,N}{9.81\,\frac{m}{s}} = 1325\,kg$$

La sua velocità passa, nel tratto di $15\,m$ da $v_i = 40\,\frac{km}{h} = 11.1\,\frac{m}{s}$ a $v_f = 0$. Con queste informazioni, possiamo ricavare la decelerazione (supposta costante); se

$$v_f^2 = v_i^2 + 2a\triangle s$$

allora

$$a = \frac{v_f^2 - v_i^2}{2s} = \frac{\left(0 - 11.1^2\right)\,\frac{m^2}{s^2}}{2 \cdot 15\,m} = -4.1\,\frac{m}{s^2}$$

La forza frenante sarà

$$F = ma = 1325\,kg \cdot (-4.1)\,\frac{m}{s^2} = -5442\,N$$

e il tempo di frenata

$$t = \sqrt{\frac{2 \cdot 15\,m}{4.1\,\frac{m}{s^2}}} = 2.7\,s$$

Se la forza rimane pari a $-5442\,N$ e la massa non cambia, l'accelerazione rimane la stessa e quindi la distanza quadruplica (cresce con il quadrato)

$$s = \frac{v_f^2 - \left(2v_i\right)^2}{2a}$$

mentre il tempo di frenata raddoppia

$$t = \sqrt{\frac{4s}{a}} = doppio\,precedente$$

Esercizio 26. Calcolare l'accelerazione iniziale verso l'alto di un razzo di massa $1.3 \cdot 10^4\,kg$ impressa da una spinta iniziale pari a $2.6 \cdot 10^5\,N$. Non trascurare il peso del razzo.

Soluzione. Se il razzo ha la massa indicata, il suo peso, che deve essere vinto per salire in alto, sarà

$$P = mg = 1.3 \cdot 10^4\,kg \cdot 9.8\,\frac{m}{s^2} = 117600\,N = 1.2 \cdot 10^5\,N$$

Sul razzo agiscono pertanto due forze, la spinta e il peso; la risultante sarà

$$F = 2.6 \cdot 10^5\,N - 1.2 \cdot 10^5\,N = 1.4 \cdot 10^5\,N$$

L'accelerazione sarà quindi

$$a = \frac{F}{m} = \frac{1.4 \cdot 10^5\,N}{1.3 \cdot 10^4\,kg} = 10.8\,\frac{m}{s^2}$$

Esercizio 27. Una ragazza di $40\,kg$ e una slitta di $8.4\,kg$ sono sulla superficie di un lago gelato, distanti tra loro $15\,m$. Per tirare a sé la slitta, la ragazza, per mezzo di una fune, esercita sulla slitta una forza orizzontale di $5.2\,N$. Trovare l'accelerazione della slitta e l'accelerazione della ragazza. Determinare infine a quale distanza si incontreranno, in assenza di attrito, dalla posizione iniziale della ragazza?

Soluzione. La ragazza tira la slitta di $8.4\,kg$ con una forza orizzontale, (come la direzione del moto) di $5.2\,N$. L'accelerazione è data dalla seconda legge di Newton

$$a_{slitta} = \frac{F}{m} = \frac{5.2\,N}{8.4\,kg} = 0.62\,\frac{m}{s^2}$$

Per la terza legge, la slitta esercita sulla ragazza una forza uguale e contraria; la ragazza ha una massa maggiore e subirà quindi una accelerazione minore

$$a_{ragazza} = \frac{5.2\,N}{40\,kg} = 0.13\,\frac{m}{s^2}$$

La legge che descrive il moto della slitta mentre è soggetta alla forza è

$$s_{slitta} = \frac{1}{2}a_{slitta}t^2$$

la legge per la ragazza sarà

$$s_{ragazza} = \frac{1}{2}a_{ragazza}t^2$$

L'incontro, dopo aver percorso le rispettive distanze, avverrà dopo un uguale intervallo di tempo; inoltre sappiamo che $s_{slitta} + s_{ragazza} = 15\,m$. Potremo scrivere pertanto, risolvendo rispetto a t

$$\frac{2s_{slitta}}{a_{slitta}} = \frac{2s_{ragazza}}{a_{ragazza}} == \frac{2\,(15 - s_{slitta})}{a_{ragazza}}$$

cioè

$$\frac{2s_{slitta}}{0.62} = \frac{30 - 2s_{slitta}}{0.13}$$

da cui

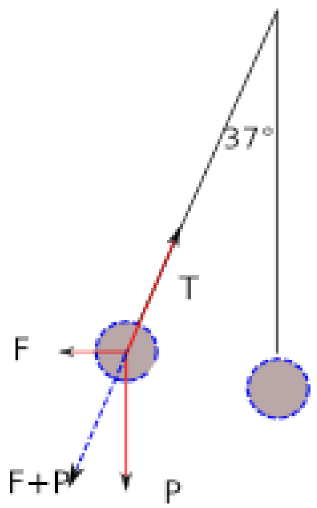
$$0.26s_{slitta} = 18.6 - 1.24s_{slitta}$$

e infine

$$s_{slitta} = \frac{18.6}{1.50} = 12.4\,m$$

cioè a $2.6\,m$ dalla ragazza.

Esercizio 28. Una sfera di massa $3.0 \cdot 10^{-4}\,kg$ è sospesa a un filo. Una forza orizzontale costante la fa spostare in modo tale che il filo formi un angolo di $37°$ con la verticale. Trovare l'intensità della forza orizzontale e la tensione del filo.



Soluzione. la sfera è vincolata, essendo sospesa ad un filo sicuramente fissato da qualche parte. La spinta della forza provocherà quindi una rotazione della sfera attorno a tale punto (come indicato in figura). Il peso della sfera è

$$P = mg = 3.0 \cdot 10^{-4}\,kg \cdot 9.8\frac{m}{s^2} = 2.9 \cdot 10^{-3}\,N$$

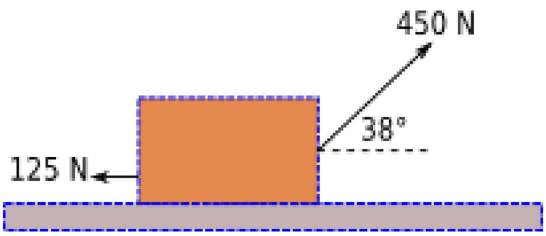
Fintanto che la forza agisce, la sfera dovrebbe rimanere ferma nella posizione indicata; ciò implica che le forze agenti (peso, spinta orizzontale e tensione del filo) si equilibrano. Dalla figura si può osservare che se $\overrightarrow{F}+\overrightarrow{P}=-\overrightarrow{T}$, allora la risultante è nulla. Calcoliamo la forza $\overrightarrow{F}$, utilizzando i teoremi della trigonometria (il rapporto tra i due cateti è uguale alla tangente dell'angolo opposto al cateto al numeratore); sarà

$$\frac{\overrightarrow{F}}{\overrightarrow{P}}=\tan 37^\circ \quad ; \quad \overrightarrow{F}=2.9\cdot 10^{-3}\,N\cdot\tan 37^\circ=2.2\cdot 10^{-3}\,N$$

Mentre la tensione del filo è opposta alla somma di $\overrightarrow{F}+\overrightarrow{P}$ e quindi, applicando il th. di Pitagora, si ha

$$\overrightarrow{F}+\overrightarrow{P}=-\overrightarrow{T}=\sqrt{\left(2.9\cdot 10^{-3}\,N\right)^2+\left(2.2\cdot 10^{-3}\,N\right)^2}=-3.6\cdot 10^{-3}\,N$$

Esercizio 29. Una persona trascina una cassa su un pavimento attraverso una corda. Esercita una forza di $450\,N$ inclinata di 38° rispetto al piano orizzontale, e il pavimento esercita una forza orizzontale di $125\,N$ che si oppone al moto. Calcolare l'accelerazione della cassa se la sua massa è $310\,kg$ e se il suo peso è $310\,N$.



Soluzione. Per ottenere la forza risultante, è necessario conoscere prima la componente della tensione della corda lungo la direzione orizzontale di spostamento, x:

$$T_x=450\,N\cdot\cos 38^\circ=354.6\,N$$

La forza risultante sarà allora

$$F=(354.6-125)\;N=229.6\,N$$

Se la cassa ha una massa di $310\,kg$, l'accelerazione sarà

$$a_1=\frac{F}{m}=\frac{229.6\,N}{310\,kg}=0.74\,\frac{m}{s^2}$$

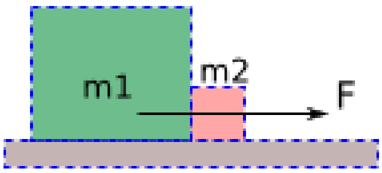
Se invece la cassa ha un peso di $310\,N$, avrà una massa di

$$m=\frac{P}{g}=\frac{310\,N}{9.8\,\frac{m}{s^2}}=31.6\,kg$$

e allora l'accelerazione risulta

$$a_2=\frac{F}{m}=\frac{229.6\,N}{31.6\,kg}=7.3\,\frac{m}{s^2}$$

Esercizio 30. Due blocchi sono a contatto su una superficie priva di attrito. A uno dei blocchi è applicata una forza orizzontale, come in figura. Trovare la forza di contatto tra i due blocchi sapendo che $m_1=2.3\,kg$, $m_2=1.2\,kg$ e $F=3.2\,N$



Soluzione. La forza F è applicata al corpo di massa m_1 e trascina entrambi i blocchi.

$$F_c = \frac{m_2}{m_1+m_2}F = \frac{1.2\,kg}{(2.3+1.2)\ kg}\cdot 3.2\,N = 1.1\,N$$

Esercizio 31. Un armadillo di $12\,kg$ si lancia per gioco su un laghetto ghiacciato, privo di attrito, con una velocità iniziale di $5.0\,m/s$ nel verso positivo delle x. Prendiamo come origine degli assi questa sua posizione iniziale. Mentre scivola è investito dal vento con una forza pari a $17\,N$ diretta nel verso positivo delle y. In notazione per vettori unitari, dopo che è scivolato per $3.0\,s$ quali trovare i suoi vettori velocità e posizione.

(il testo non appare molto chiaro). Supponiamo che l'armadillo venga spostato verso l'alto in modo da percorrere una traiettoria di tipo parabolico. Se tale ipotesi è corretta, l'armadillo manterrà inalterata la sua componente orizzontale e acquisterà una velocità con componente verticale pari a $v = at$. L'accelerazione verticale sarà

$$a = \frac{F}{m} = \frac{17\,N}{12\,kg} = 1.4\,\frac{m}{s^2}$$

La componente verticale sarà

$$v = at = 1.4\,\frac{m}{s^2}\cdot 3.0\,s = 4.3\,\frac{m}{s}$$

La velocità in vettori unitari sarà

$$\overrightarrow{v} = 5.0\,\overrightarrow{i} + 4.3\,\overrightarrow{j}$$

Nel tempo di $3.0\,s$ si sposterà lungo la direzione orizzontale di moto rettilineo uniforme

$$s_x = 5.0\,\frac{m}{s}\cdot 3.0\,s = 15\,m$$

la componente verticale dello spostamento, calcolabile appunto supponendo un moto uniformemente accelerato, sarà

$$s_y = \frac{1}{2}at^2 = \frac{1}{2}\cdot 1.4\,\frac{m}{s^2}\cdot 3.0^2\,s^2 = 6.4\,m$$

Lo spostamento, espresso con i vettori unitari, sarà

$$\overrightarrow{s} = 15\,\overrightarrow{i} + 6.4\,\overrightarrow{j}$$

Esercizio 32. Un ascensore di massa $3000\,kg$ sale con un'accelerazione di $1,2\,{}^{m}/_{s^2}$.Trovare la tensione del cavo che regge l'ascensore e la tensione quando l'ascensore scende con una accelerazione di $1,2\,{}^{m}/_{s^2}$verso il basso.

Soluzione. Nel primo caso il cavo deve reggere il peso dell'ascensore più la forza che spinge l'ascensore verso l'alto, per cui la tensione totale è

$$T_1 = m\,(g+a) = 3000\times(9,8+1,2) = 33000\,N$$

Nel secondo caso siamo nella situazione contraria per cui

$$T_2 = m\,(g-a) = 3000\times(9,8-1,2) = 25800\,N$$

Esercizio 33. La cabina di un ascensore col suo carico ha una massa di $1600\,kg$. Trovare la tensione del cavo di sostegno quando la cabina, mentre scende a $12\,m/s$, rallenta, ad accelerazione costante, fino ad arrestarsi in $42\,m$.

Soluzione. Calcoliamo innanzitutto la decelerazione della cabina. Sappiamo che $v_i = 12\,\frac{m}{s}$, $v_f = 0$ e $\triangle s = 42\,m$. Applicando le relazioni del moto di caduta verticale, si ha

$$v_f^2 = v_i^2 - 2a\triangle s$$

da cui

$$a = \frac{12^2\,\frac{m^2}{s^2}}{2\cdot 42\,m} = 1.7\,\frac{m}{s^2}$$

Tale accelerazione è diretta nel verso opposto a quello della gravità. La tensione del filo sarà pertanto

$$T = ma = -1600\,kg\cdot(1.7+9.8)\ \frac{m}{s^2} = 1.8\cdot 10^4\,N$$

Esercizio 34. Un uomo di $80\,kg$ salta in un cortile dal davanzale di una finestra a soli $0.50\,m$ dal suolo. Il suo movimento si arresta in soli $2.0\,cm$. Trovare l'accelerazione media che subisce dall'istante in cui i suoi piedi toccano il suolo all'istante del suo completo arresto. Determinare poi la forza a cui è sottoposta la sua struttura ossea.

Soluzione. Troviamo l'istante in cui i piedi toccano il suolo:

$$t = \sqrt{\frac{2h}{g}} = \sqrt{\frac{1\,m}{9.8\,\frac{m}{s^2}}} = 0.32\,s$$

La velocità con cui tocca il suolo è

$$v = \sqrt{2hg} = 3.1\,\frac{m}{s}$$

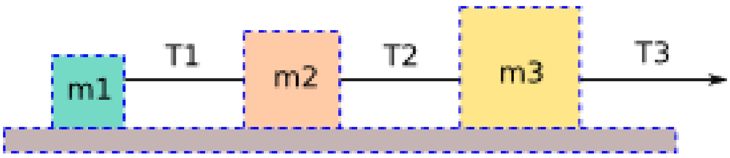
Il suo centro di massa si sposta poi verso il basso di $2.0\,cm$ e la velocità del corpo si annulla; per cui $v_f^2 = v_i^2 - 2ah$, da cui

$$a = \frac{3.1^2\,\frac{m^2}{s^2}}{2 \cdot 0.02\,m} = 240\,\frac{m}{s^2}$$

La forza sarà

$$F = ma = 80\,kg \cdot 240\,\frac{m}{s^2} = 19200\,N$$

Esercizio 35. Tre blocchi, collegati tra loro come in figura, sono spinti verso destra su un piano orizzontale privo di attrito da una forza $T_3 = 65.0\,N$. Se $m_1 = 12.0\,kg$, $m_2 = 24.0\,kg$ e $m_3 = 31.0\,kg$, calcolare l'accelerazione del sistema e le tensioni T_1e T_2.



Soluzione. Il sistema è formato dalle tre masse che si muovono assieme grazie alla forza applicata all'ultimo blocco. La massa complessiva del sistema è

$$m = m_1 + m_2 + m_3 = 67.0\,kg$$

L'accelerazione sarà

$$a = \frac{F}{m} = \frac{65.0\,N}{67.0\,kg} = 0.97\,\frac{m}{s^2}$$

La tensione T_2 è quella che viene determinata dai primi due blocchi, la cui massa complessiva è di $36.0\,kg$; per cui, essendo l'accelerazione comune all'intero sistema

$$T_2 = 36.0\,kg \cdot 0.97\,\frac{m}{s^2} = 34.9\,N$$

La tensione T_1 è quella dovuta alla sola massa m_1, per cui

$$T_1 = 12.0\,kg \cdot 0.97\,\frac{m}{s^2} = 11.6\,N$$

Esercizio 36. Un montacarichi di $2800\,kg$ è tirato verso l'alto da un cavo metallico con un'accelerazione di $1.2\,m/s^2$. Calcolare la tensione del cavo. Se il montacarichi rallenta con decelerazione di $1.2\,m/s^2$, ma sta ancora muovendosi verso l'alto, determinare la tensione del cavo.

Soluzione. Il cavo deve sostenere il peso del montacarichi e imprimere anche la forza che fa salire quest'ultimo. Il peso del montacarichi è

$$P = mg = 2800\,kg \cdot 9.8\,\frac{m}{s^2} = 27440\,N$$

La tensione sarà

$$T = 27440\,N + 2800\,kg \cdot 1.2\,\frac{m}{s^2} = 30800\,N$$

Se rallenta cambia la direzione dell'accelerazione e della forza, per cui

$$T = 2800\,kg \cdot (9.8 - 1.2)\,\frac{m}{s^2} = 24080\,N$$

Esercizio 37. Una persona di $80\,kg$ si lancia col paracadute e subisce un'accelerazione verso il basso di $2.5\,m/s^2$. La massa del paracadute è di $5\,kg$. Determinare la forza verso l'alto dell'aria sul paracadute e verso il basso esercitata dal paracadutista.

Soluzione. In assenza di paracadute e trascurando ogni forma di attrito, la persona si muoverebbe in caduta libera. Il sistema persona+paracadute ha una massa di $85\,kg$ e il peso sarebbe

$$P_{tot} = 85\,kg \cdot 9.8\,\frac{m}{s^2} = 833\,N$$

Se l'accelerazione si riduce a $2.5\,m/s^2$, avremo una decelerazione verso l'alto di

$$a = (9.8 - 2.5)\,\frac{m}{s^2} = 7.3\,\frac{m}{s^2}$$

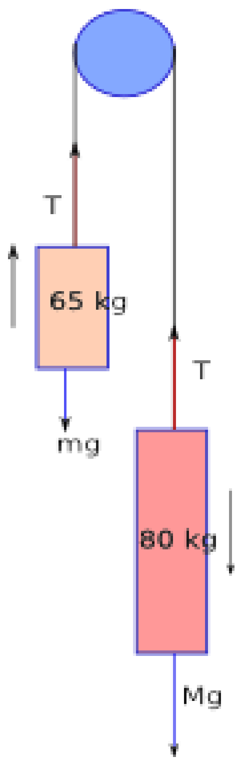
che corrisponde a una forza di

$$F_{aria} = 85 \cdot 7.3\,\frac{m}{s^2} = 620.5\,N$$

Il paracadute ha una massa di $5\,kg$ ed è sottoposta all'azione della persona appesa e dell'aria

$$F_{par} = 80\,kg \cdot 7.3\,\frac{m}{s^2} = 584\,N$$

Esercizio 38. Un uomo di $85\,kg$ si cala a terra da un'altezza di $10.0\,m$ tenendosi a una fune che, scorrendo su una puleggia, regge un contrappeso di $65\,kg$. Partendo da fermo, trovare la velocità con la quale l'uomo toccherà il suolo.



Soluzione. La situazione è schematizzata in figura. Il contrappeso sale verso l'alto con una accelerazione a. Le forze ivi applicate sono

$$T - mg = ma$$

L'uomo scende con la stessa accelerazione con cui il contrappeso sale e la relazione relativa alle forze applicate è

$$T - Mg = -Ma$$

Eliminando T, si ha

$$ma + mg - Mg + Ma = 0$$

da cui, raccogliendo e risolvendo rispetto ad a, si ottiene

$$a = \frac{M-m}{M+m} g = \frac{85-65}{85+65} \cdot 9.8\,\frac{m}{s^2} = 1.3\,\frac{m}{s^2}$$

Dovendo percorrere $10.0\,m$ con partenza da fermo, la sua velocità finale sarà

$$v = \sqrt{2ha} = \sqrt{2 \cdot 10.0\,m \cdot 1.3\,\frac{m}{s^2}} = 5.1\,\frac{m}{s}$$

Esercizio 39. Immaginiamo un modulo di atterraggio che sta abbordando la superficie di Callisto, una delle lune di Giove. Se la spinta verso l'alto del motore è di $3260\,N$ il veicolo scende a velocità costante; se invece è di soli $2200\,N$, accelera verso il basso a $0.39\,m/s^2$. Trovare il peso del modulo in prossimità della superficie di Callisto; trovare poi la sua massa e l'accelerazione di gravità su tale corpo celeste.

Soluzione. Con la spinta verso l'alto di $3260\,N$, il modulo scende con $a = 0$ (velocità costante); ciò indica che tale forza equilibra il peso del modulo su Callisto.

$$P = 3260\,N$$

Se la spinta è di $2200\,N$, la accelerazione è di $0.39\,\frac{m}{s^2}$, cioè

$$\begin{aligned} P - F &= ma \\ m &= \frac{P-F}{a} = \frac{(3260 - 2200)\ N}{0.39\,\frac{m}{s^2}} = 2718\,kg \end{aligned}$$

L'accelerazione di gravità dovuta a Callisto è

$$g_{Cal} = \frac{P}{m} = \frac{3260\,N}{2718\,kg} = 1.20\,\frac{m}{s^2}$$

Esercizio 40. Una catena formata da cinque anelli, ognuno con una massa di $0,100\,kg$, viene alzata verticalmente con accelerazione costante di $2.50\,m/s^2$. Trovare le forze che agiscono tra anelli adiacenti; la forza F esercitata sull'anello superiore dalla persona che solleva la catena e la forza netta che accelera ogni anello.

Soluzione. tutti gli anelli connessi salgono verso l'alto con la medesima accelerazione, mantenendo quindi una posizione invariata l'uno rispetto all'altro. Ogni anello è soggetto altresì al proprio peso e a quello degli anelli sottostanti. La forza che agisce sul primo anello in basso sarà

$$F_1 = 0.100\,kg \cdot 9.8\,\frac{m}{s^2} + 0.100\,kg \cdot 2.5\,\frac{m}{s^2} = 1.23\,N$$

il secondo anello sarà soggetto alla solita forza F e al peso proprio e dell'anello sottostante (quindi doppio)

$$F_2 = 0.200\,kg \cdot (9.8 + 2.5)\ \frac{m}{s^2} = 2F_1 = 2.46\,N$$

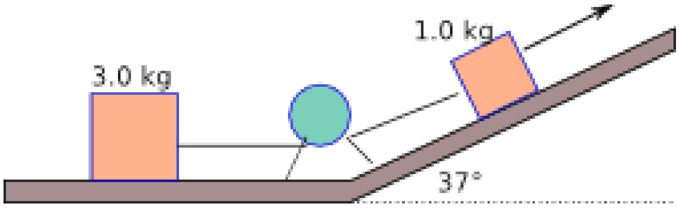
pertanto, ragionando per estensione

$$\begin{aligned} F_3 &= 3F_1 = 3.69\,N \\ F_4 &= 4F_1 = 4.92\,N \\ F_5 &= 5F_1 = 6.15\,N \end{aligned}$$

la F_5 essendo relativa al quinto ed ultimo anello sarà la forza F cercata, cioè $F = F_5$. La forza netta accelerante ogni anello si interpreta come la forza applicata all'anello considerato isolato dal resto e quindi ricavabile direttamente dalla seconda legge di Newton

$$F_{netta} = 0.100\,kg \cdot 2.5\,\frac{m}{s^2} = 0.25\,N$$

Esercizio 41. Una massa di $1.0\,kg$ su uno scivolo inclinato di $37°$ è collegata a una massa di $3.0\,kg$ appoggiata su una superficie orizzontale, come in figura. (si consideri la puleggia e la superficie privi di attrito) Se la forza $F = 12\,N$, trovare la tensione della corda che collega i due blocchi.



Soluzione. Il disegno indica che il blocco più leggero sale sopra il piano inclinato trascinando il blocco più grande che è collegato con una corda. Il peso del blocco maggiore, non essendoci attrito, è bilanciato dal piano, mentre il blocco piccolo è soggetto alla componente parallela della forza peso con verso opposto a quello di F :

$$P_{par} = 1.0\,kg \cdot 9.8\,\frac{m}{s^2} \cdot \sin 37° = 5.9\,N$$

Il blocco grande è soggetto alla tensione della corda, essendo il suo peso equilibrato dal piano di sostegno; applicando la legge di Newton, si ha

$$T = Ma$$

Il secondo blocco è soggetto alla tensione della corda e alla componente parallela della forza peso, che tendono a spostare il blocco in basso e alla forza F, diretta nel verso opposto

$$F - P_{par} - T = ma$$

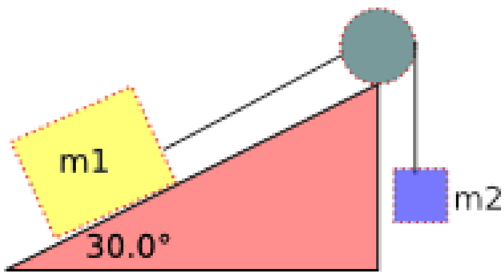
eliminando a dalle due equazioni, si ha

$$F - P_{par} - T = T\frac{m}{M}$$

cioè

$$T = \frac{F - P_{par}}{1 + \frac{m}{M}} = \frac{12\,N - 5.9\,N}{1 + \frac{1}{3}} = 4.6\,N$$

Esercizio 42. Un blocco con massa $m_1 = 3.70\,kg$ su un piano privo di attrito inclinato di $30.0°$ è collegato, da una corda che passa sopra una puleggia priva di massa e attrito, a un altro blocco, sospeso in verticale, con massa $m_2 = 2.30\,kg$. Trovare l'accelerazione di ciascun blocco, la direzione dell'accelerazione di m_2 e la tensione della corda.



Soluzione. Analizziamo le forze che agiscono sui due blocchi. Sul blocco di massa m_1 agisce la componente parallela della forza diretta verso il fondo del piano inclinato, e la tensione della corda

$$T - m_1 g \sin 30.0° = m_1 a$$

Sul blocco m_2 agisce la tensione della corda, verso l'alto, e il peso, verso il basso

$$T - m_2 g = -m_2 a$$

Eliminando la tensione, nelle due equazioni, si ha

$$\begin{aligned} T &= m_1 a + \frac{1}{2} m_1 g \\ m_1 a + \frac{1}{2} m_1 g - m_2 g &= -m_2 a \end{aligned}$$

risolvendo rispetto ad a, si ottiene

$$a = \frac{m_2 - \frac{1}{2} m_1}{m_1 + m_2} g = \frac{2.30\,kg - 1.85\,kg}{6.0\,kg} \cdot 9.8\,\frac{m}{s^2} = 0.735\,\frac{m}{s^2}$$

L'accelerazione del blocco m_2, soggetto al suo peso, è diretta verso il basso. Per trovare la tensione della corda, basta sostituire in una delle due equazioni l'accelerazione trovata:

$$T = m_2 (g - a) = 2.30\,kg \cdot (9.8 - 0,735)\,\frac{m}{s^2} = 20.8\,N$$

Esercizio 43. Un blocco è lanciato su un piano privo di attrito, inclinato di un angolo θ, con velocità iniziale v_0. Trovare la distanza che può risalire e il tempo che impiegherà. Determinare poi la velocità al fondo del piano nella fase di ritorno nel caso in cui $\theta = 32.0°$ e $v_0 = 3.50\,m$.

Soluzione. Il moto lungo un piano inclinato è confrontabile con l'analogo moto in caduta libera, purché il dislivello da coprire sia lo stesso. Ovviamente, per il piano inclinato, la forza sarà minore, e il corpo raggiungerà alla fine, la stessa velocità. Ragionamento analogo può essere fatto nel caso di risalita. Ora, la velocità con la quale un corpo, in caduta, arriva al suolo è data da

$$v = \sqrt{2hg}$$

dove h è l'altezza misurata perpendicolarmente al suolo. Se il nostro oggetto è dotato di una velocità iniziale v_0, risalirà un tratto del piano inclinato, fino a raggiungere l'altezza h, in assenza di attriti. Quindi

$$h = \frac{v_0^2}{2g}$$

Ma, il tratto di salita è legato all'altezza h dalla relazione $l = \frac{h}{\sin\theta}$, da cui

$$l = \frac{v_0^2}{2g \sin\theta}$$

e sostituendo i valori assegnati, si ha

$$l = \frac{3.50^2\,\frac{m^2}{s^2}}{2 \cdot 9.8\,\frac{m}{s^2} \sin 32.0°} = 1.18\,m$$

Per la risalita impiegherà lo stesso tempo della discesa. La decelerazione è pari a

$$a = g \sin 32 = 5.19\,\frac{m}{s^2}$$

la velocità finale, nel punto più alto, sarà nulla, per cui

$$t = \frac{v}{a} = \frac{3.50\,\frac{m}{s}}{5.19\,\frac{m}{s^2}} = 0.674\,s$$

Ridiscendendo, la velocità nel punto finale del piano inclinato, per quanto più volte ribadito prima, sarà la stessa di quella iniziale, cioè, $v_0 = 3.50\,\frac{m}{s}$.

Esercizio 44. Un'astronave decolla verticalmente dalla Luna, dove l'accelerazione di gravità vale $1.,6\,m/s^2$. Se al decollo ha un'accelerazione verso l'alto di $1.0\,m/s^2$, trovare la forza esercitata dall'astronave su un passeggero che sulla Terra pesa $735\,N$.

Soluzione. L'accelerazione dell'astronave al decollo va interpretata come l'accelerazione dovuta alla forza risultante. Le forze che agiscono sono il peso dell'astronave sulla Luna e la spinta dei motori. I motori forniranno un'accelerazione, quindi, pari a $a = 2.6\,m/s^2$ diretta verso l'alto. Il passeggero, che sulla Terra, ha il peso indicato, ha una massa

$$m = \frac{735\,N}{9.8\,\frac{m}{s^2}} = 75\,kg$$

La forza cercata sarà, pertanto, diretta verso l'alto e pari a:

$$F = 75\,kg \cdot 2.6\,\frac{m}{s^2} = 195\,N$$

Esercizio 45. Una lampada è sospesa verticalmente a un filo nella cabina in discesa di un ascensore che rallenta a $2.4\,m/s^2$. Se la tensione del filo è di $89\,N$ trovare la massa della lampada. Trovare poi la tensione nel filo quando l'ascensore sale con accelerazione di $2.4\,m/s^2$ diretta verso l'alto.

Soluzione. Le forze in gioco in entrambi i casi sono

$$T - mg = ma \qquad m = \frac{T}{g+a}$$

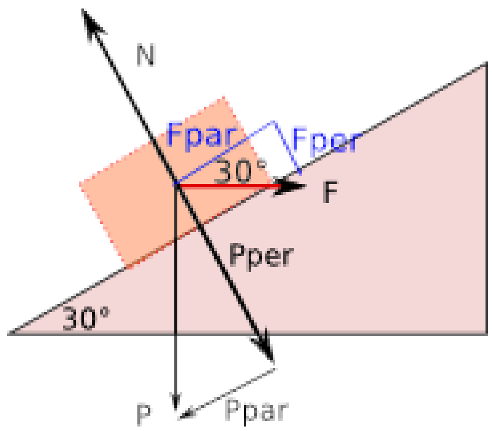
(una accelerazione rivolta verso l'alto indica due casi: l'ascensore scende con velocità decrescente, nostro primo caso, oppure, che sale con velocità crescente, nostro secondo caso) da cui

$$m = \frac{F}{a} = \frac{89\,N}{(9.8+2.4)\,\frac{m}{s^2}} = 7.3\,kg$$

L'accelerazione totale, come detto, è ancora rivolta verso l'alto, per cui

$$T = ma = 7.3\,kg \cdot (9.8+2.4)\,\frac{m}{s^2} = 89\,N$$

Esercizio 46. Nella figura si vede una cassa di $100\,kg$ spinta a velocità costante su una rampa inclinata di $30°$, priva di attrito. Trovare la forza orizzontale $\overrightarrow{F}$ richiesta e la forza esercitata dalla cassa sulla rampa.



Soluzione. La cassa ha un peso di $P = 980\,N$. Le sue componenti, poiché i triangoli che si formano sono la metà di un triangolo equilatero, dove il lato è il peso, la componente parallela la metà del lato e la componente perpendicolare, l'altezza, cioè $\frac{l}{2}\sqrt{3}$, sono

$$\begin{aligned} P_{par} &= P \cdot \frac{1}{2} = 490\,N \\ P_{per} &= P \cdot \frac{\sqrt{3}}{2} = 849\,N \end{aligned}$$

Se la cassa è spinta a velocità costante, vuol dire che la sua accelerazione è nulla, e quindi, la risultante delle forze agenti è nulla. La componente perpendicolare del peso è equilibrata dalla reazione vincolare N; ne deriva che la forza F deve equilibrare la componente parallela. Anche F si può scomporre in due componenti parallele a quelle della forza peso. Pertanto, la componente perpendicolare di F è equilibrata dal vincolo, in quanto la cassa non si solleva dal piano, mentre la componente parallela è uguale alla P_{par}. Quindi

$$F = \frac{F_{par}}{\cos 30°} = 566\,N$$

La componente perpendicolare di F è

$$F_{per} = \frac{1}{2} \cdot 566 = 283\,N$$

Sommando le componente perpendicolari si ottiene la forza esercitata dalla cassa sulla rampa inclinata

$$N_{tot} = 283\,N + 849\,N = 1132\,N$$

Esercizio 47. Una scimmia di $10\,kg$ si arrampica su una fune priva di massa che può scorrere, senza attrito, su un ramo d'albero ed è fissata ad un contrappeso di $15\,kg$, appoggiato al suolo. Trovare l'accelerazione minima che deve avere la scimmia per sollevare il contrappeso; se, dopo aver sollevato il contrappeso, la scimmia smette di arrampicarsi e rimane appesa alla fune, trovare i valori della sua accelerazione e della tensione della fune.

Soluzione. Per il terzo principio della dinamica, se la scimmia si arrampica verso l'alto, la corda, priva di attrito, tende a scendere verso il basso. Il peso della scimmia è $P_s = 98\,N$. La tensione della corda sarà pari alla forza impressa dalla scimmia, cioè

$$T = m_s a$$

Se la cassa sale, allora

$$T - m_c g = -m_c a$$

da cui, eliminando T, si ha

$$\begin{aligned} m_s a - m_c g &= -m_c a \\ a &= \frac{m_c - m_s}{m_s} g = \frac{(15-10)\ kg}{10\,kg} g = 4.9\,\frac{m}{s^2} \end{aligned}$$

Se la scimmia smette di arrampicarsi, si ha una situazione nella quale la cassa cade verso il basso trascinando la scimmia verso l'alto. L'analisi delle forze agenti sui due corpi, cassa e scimmia, sono, per la scimmia

$$T - m_s g = m_s a \qquad T = m_s g + m_s a$$

per la cassa

$$T - m_c g = -m_c a \qquad T = m_c g - m_c a$$

eliminando T, si ottiene

$$\begin{aligned} m_s g + m_s a = m_c g - m_c a \qquad & a\,(m_s + m_c) = g\,(m_c - m_s) \\ a \quad = \quad & \frac{m_c - m_s}{m_c + m_s} g = \frac{5\,kg}{25\,kg} \cdot 9.8\,\frac{m}{s^2} = 2\,\frac{m}{s^2} \end{aligned}$$

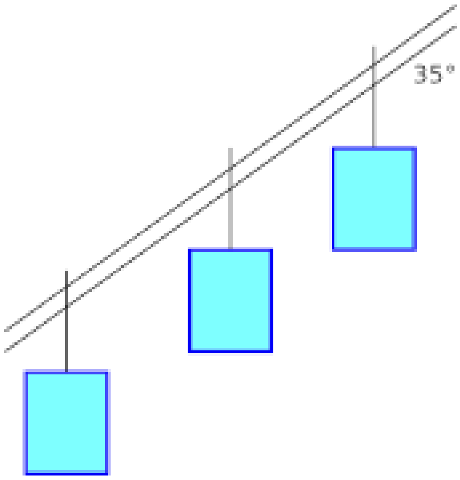
mentre, sostituendo il valore trovato di a in una relazione precedente, si ottiene

$$T = m_s g \frac{m_c - m_s}{m_c + m_s} + m_s g$$

svolgendo, si ha

$$T = \frac{2 m_s m_c}{m_c + m_s} g = \frac{300\,kg^2}{25\,kg} \cdot 9.8\,\frac{m}{s^2} = 120\,N$$

Esercizio 48. La figura rappresenta un tratto di funivia. La massa totale di ogni cabina, compresi i passeggeri, non deve superare i $2800\,kg$. Le cabine, che scorrono su una fune portante, sono trascinate da una seconda fune traente fissata a ciascun sostegno, rigido e non inclinabile. Trovare la differenza di tensione fra sezioni adiacenti della fune traente se le cabine, a pieno carico, sono accelerate di $0.81\,m/s^2$ su una direzione inclinata di $35°$ rispetto al piano orizzontale.



Soluzione. Si può supporre che le forze agenti siano la componente parallela della forza peso e la tensione, dirette in versi opposti. La differenza tra le tensioni è dovuta solo alla variazione del numero di cabine trainate e quindi dalla loro massa, che raddoppia, triplica, ecc. Pertanto, scrivendo la relazione sulle forze, si ha

$$P_{par} - T = -ma$$

se ho due cabine

$$2P_{par} - T = -2ma$$

da cui si ha

$$\triangle T = P_{par} + ma = 2800\,kg \cdot 9.8\,\frac{m}{s^2} \cdot \cos 35° + 2800\,kg \cdot 0.81\,\frac{m}{s^2} = 1800\,N$$

Esercizio 49. Una nave spaziale ha una massa di $1.20 \cdot 10^6\,kg$ ed è inizialmente a riposo rispetto al sistema stellare. Trovare l'accelerazione costante necessaria per portare in 3 giorni il veicolo alla velocità di $0.10\,c$ rispetto al sistema stellare, non tenendo conto degli aspetti relativistici; Esprimere l'accelerazione in unità di g e indicare la forza che gli corrisponde. Se i propulsori venissero spenti dopo aver raggiunto la velocità $0.10c$, trovare il tempo impiegato a percorrere 5.0 mesi luce.

Soluzione. per determinare l'accelerazione costante è necessario conoscere le velocità iniziale e finale e il tempo impiegato (dati tutti assegnati); prima però esprimiamo la velocità nell'unità del SI, sapendo che $c = 3.0 \cdot 10^8\,m/s$ e il tempo in secondi, $3\,giorni = 3 \cdot 24 \cdot 3600 = 259200\,s$

$$a = \frac{v_f - v_i}{\triangle t} = \frac{3.0 \cdot 10^7\,\frac{m}{s}}{259200\,s} = 116\,\frac{m}{s^2}$$

Esprimendola in unità di $g = 9.8\,\frac{m}{s^2}$, si ha

$$a = \frac{116\,\frac{m}{s^2}}{9.8\,\frac{\frac{m}{s^2}}{g}} = 12g$$

La forza costante necessaria può essere ottenuta dalla legge di Newton

$$F = ma = 1.20 \cdot 10^6\,kg \times 116\,\frac{m}{s^2} = 1.4 \cdot 10^8\,N$$

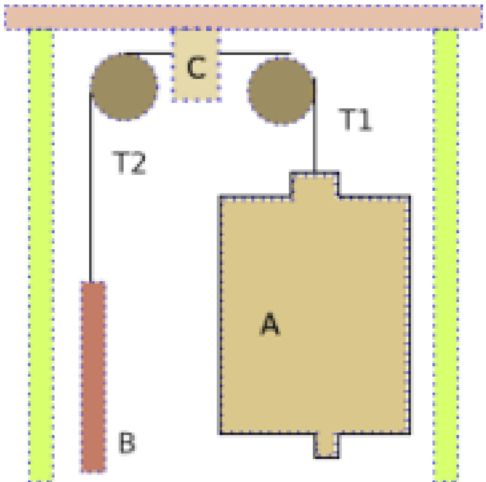
Dopo lo spegnimento dei motori, la nave spaziale si muoverà di moto rettilineo uniforme alla velocità di $0.10c$, cioè il 10% della velocità della luce; la distanza da percorrere è

$$5\,mesiluce = 3.0 \cdot 10^8\,\frac{m}{s} \times (5 \times 30 \times 24 \times 3600)\ s = 3.9 \cdot 10^{15}\,m$$

Il tempo necessario sarà

$$t = \frac{s}{v} = \frac{3.9 \cdot 10^{15}\, m}{3.0 \cdot 10^{7}\, \frac{m}{s}} = 1.3 \cdot 10^{8}\, s \simeq 4.2\, anni$$

Esercizio 50. Il montacarichi in figura è costituito da una gabbia A di $1150\, kg$, un contrappeso B di $1400\, kg$, un meccanismo di azionamento C, un cavo e due pulegge. Durante il funzionamento, il meccanismo C impegna il cavo, obbligandolo a scorrere o frenandone il moto. Ciò fa sì che la tensione T_1 nel cavo su un lato di C differisca dalla tensione T_2 sull'altro lato. Poniamo che l'accelerazione di A verso l'alto e quella verso il basso di B abbiano il valore assoluto $a = 2.0\, m/s^2$. Trascurando le masse e gli attriti di cavo e pulegge, trovare T_1, T_2 e la forza esercitata sul cavo da C.



Soluzione 51. Analizziamo le forze che agiscono: sul contrappeso

$$m_B g - T_2 = m_B a$$

da cui

$$T_2 = m_B\,(g-a) = 1400\, kg \cdot (9.8 - 2.0)\, \frac{m}{s^2} = 10920\, N$$

Sul montacarichi

$$m_A g - T_1 = -m_A a$$

da cui

$$T_1 = m_A\,(g+a) = 1150\, kg \cdot (9.8 + 2.0)\, \frac{m}{s^2} = 13570\, N$$

La forza esercitata sul cavo dal meccanismo C sarà tale da rendere conto della differenza tra le due tensioni

$$F_C = 13570 - 10920 = 2650\, N$$

Esercizio 52. Un blocco di $5.00\, kg$ è trascinato su un piano orizzontale, senza attrito, da una corda che esercita una forza $F = 12.0\, N$ con un angolo di $25°$ rispetto al piano orizzontale. Trovare l'accelerazione del blocco. Se la forza F viene lentamente aumentata, trovare il suo valore e quello dell'accelerazione all'istante in cui il blocco è sollevato dal suolo.

Soluzione. Calcoliamo la componente della forza diretta lungo il piano orizzontale, applicando le regole della trigonometria

$$F_{par} = 12.0\, N \cdot \cos 25° = 10.9\, N$$

L'accelerazione sarà ottenuta applicando la legge di Newton

$$a = \frac{F}{m} = \frac{10.9\, N}{5.00\, kg} = 2.18\, \frac{m}{s^2}$$

Se il blocco si solleva dal suolo, vuol dire che la componente verticale della forza applicata è maggiore del peso del blocco, pari a $P = mg = 5.00\,kg \cdot 9.8\,\frac{m}{s^2} = 49\,N$. La componente verticale della forza F è uguale a $F_{per} = F \cdot \sin 25°$; se $F_{per} = 49\,N$, allora

$$F = \frac{49\,N}{\sin 25°} = 116\,N$$

e l'accelerazione, diretta lungo il piano orizzontale, sarà

$$a = \frac{116\,N}{5.00\,kg} \cdot \cos 25° = 21.0\,\frac{m}{s^2}$$

Esercizio 53. Una barcone viene trainato da un cavallo, lungo un canale, con una forza di $7900\,N$ sotto un angolo di $18°$ rispetto alla direzione del moto del barcone, lungo l'asse del canale. La massa del barcone è di $9500\,kg$, e l'accelerazione $0.12\,m/s^2$. Calcolare la forza esercitata dall'acqua sul barcone.

Il cavallo si muove lungo la riva del canale, pertanto la forza effettiva che trascina il barcone è la componente lungo la direzione del moto

$$F_x = 7900\,N \cdot \cos 18° = 7513\,N$$

Una tale forza applicata ad un corpo di massa $9500\,kg$ produce una accelerazione di

$$a_x = \frac{F_x}{m} = \frac{7513\,kg}{9500\,kg} = 0.79\,\frac{m}{s^2}$$

Come si può notare, l'accelerazione con la quale il barcone si sposta è indicata in $0.12\,\frac{m}{s^2}$. Ciò sta a significare che l'acqua si oppone, lungo la direzione del moto, al moto del barcone con una forza

$$F_{acqua}^{or} = 9500\,kg \cdot (0.79 - 0.12)\,\frac{m}{s^2} = 6365\,N$$

A ciò si aggiunga che, dovendo il barcone procedere diritto, l'acqua spinge contro il barcone anche in direzione verticale opposta alla componente verticale della forza applicata, cioè

$$F_{acqua}^{vert} = 7900\,N \cdot \sin 18° = 2441\,N$$

I due contributi, sommandosi, danno l'opposizione al moto dovuta all'acqua

$$F_{acqua} = \sqrt{6365^2 + 2441^2} = 6817\,N$$

la direzione di tale forza sarà

$$\alpha = \arctan\left(\frac{2441}{6365}\right) = 21°$$

rispetto alla direzione di moto del barcone.

Esercizio 54. Una certa forza è in grado di imprimere un'accelerazione di $12.0\,m/s^2$ a un corpo di massa m_1, e di $3.30\,m/s^2$ a un corpo di massa m_2. Trovare l'accelerazione data a un corpo di massa $m_2 - m_1$, oppure $m_2 + m_1$.

Soluzione. La forza agente è sempre la stessa, pertanto, applicando la legge di Newton si avrebbe, per i due corpi

$$\begin{aligned} F &= 12.0\,m_1 \\ F &= 3.30\,m_2 \end{aligned}$$

sostituendo F nella seconda relazione, si ha

$$12.0\,m_1 = 3.30\,m_2$$

da cui

$$\frac{m_2}{m_1} = 3.6$$

Ora siccome, la forza applicata non varia, si avrà

$$F = a\,(m_2 - m_1)$$

sostituendo

$$12.0\,m_1 = a\,(3.6\,m_1 - m_1) = 2.6m_1 \cdot a$$

da cui

$$a = \frac{12.0\,m_1}{2.6\,m_1} = 4.6\,\frac{m}{s^2}$$

Analogamente, nel secondo caso

$$F = a\,(m_2 + m_1)$$

cioè

$$12.0\,m_1 = a\,(3.6\,m_1 + m_1) = 4.6m_1 \cdot a$$

da cui

$$a = \frac{12.0\,m_1}{4.6\,m_1} = 2.6\,\frac{m}{s^2}$$

Esercizio 55. Un razzo di massa $3000\,kg$ è lanciato dal suolo: il propulsore esercita sul razzo una spinta di $6.0 \cdot 10^4\,N$ a un angolo di elevazione costante di $60°$ per $50\,s$, poi si spegne. In prima approssimazione possiamo ignorare la perdita di massa dovuta al consumo di propellente, e trascurare la resistenza dell'aria. Calcolare la quota raggiunta dal razzo all'istante dell'estinzione e la distanza totale orizzontale dal punto di partenza all'impatto col suolo supposto orizzontale (la gittata).

Soluzione. La forza agisce per $50\,s$ lungo un tratto inclinato di $60°$ rispetto all'orizzonte. Il razzo ha una traiettoria rettilinea sotto la spinta dei motori. Il moto è, quindi, per i primi $50\,s$ soggetto all'accelerazione dei motori e a quella di gravità diretta verso il basso. L'accelerazione dei motori, diretta lungo la direzione della forza, si può scomporre in una componente orizzontale e una verticale; quest'ultima sarà in parte bilanciata dall'accelerazione di gravità, diretta nel verso opposto. Calcoliamo prima l'accelerazione dovuta ai motori

$$a = \frac{F}{m} = \frac{6.0 \cdot 10^4\,N}{3000\,kg} = 20\,\frac{m}{s^2}$$

La componente verticale sarà

$$a_y = 20 \sin 60° = 17.3\,\frac{m}{s^2}$$

A tale componente va sottratta l'accelerazione di gravità diretta nel verso opposto, per cui l'accelerazione verticale totale è

$$a_y^{tot} = (17.3 - 9.8) = 7.5\,\frac{m}{s^2}$$

L'altezza massima raggiunta, prima dello spegnimento dei motori, è

$$h = \frac{1}{2} a_y^{tot} t^2 = \frac{1}{2} \cdot 7.5\,\frac{m}{s^2} \cdot 50^2\,s^2 = 9375\,m$$

Dopo lo spegnimento dei motori, si può supporre che il missile segua le leggi del moto dei proiettili. Salirà quindi ancora per un tratto per inerzia e poi cadrà sotto l'azione del suo peso; contemporaneamente avrà uno spostamento orizzontale a velocità costante. Calcoliamo le velocità raggiunte dal razzo all'atto dello spegnimento dei motori:

$$v_y = a_y^{tot} t = 7.5\,\frac{m}{s^2} \cdot 50\,s = 375\,\frac{m}{s}$$

Per ottenere la componente orizzontale costante della velocità, calcoliamo prima la componente orizzontale dell'accelerazione dovuta ai motori che hanno agito per $50\,s$

$$a_x = 20 \cos 60° = 10\,\frac{m}{s^2}$$

la velocità orizzontale, rimasta costante, sarà

$$v_x = a_x t = 10\,\frac{m}{s^2} \cdot 50\,s = 500\,\frac{m}{s}$$

La velocità del razzo nella direzione del moto sarà

$$v_0 = \sqrt{375^2 + 500^2} = 625 \, \frac{m}{s}$$

e l'angolo formato con l'orizzontale è

$$\alpha = \arctan \frac{375}{500} = 37°$$

Il razzo tornerà alla quota di $9375 \, m$, dopo aver percorso, usando le relazione del moto dei proiettili

$$R = \frac{v_0^2 \sin 2\alpha}{g} = \frac{625^2 \, \frac{m^2}{s^2} \cdot \sin 74°}{9.8 \, \frac{m}{s^2}} = 38316 \, m$$

a questa si deve aggiungere la distanza percorsa in orizzontale in fase di salita

$$s_x = \frac{1}{2} \cdot 10 \, \frac{m}{s^2} \cdot 50^2 \, \frac{m}{s^2} = 12500 \, m$$

e quella in fase di ritorno al suolo, sotto l'effetto dell'accelerazione di gravità. Per calcolare tale distanza è necessario conoscere prima il tempo impiegato a percorrere il dislivello di $9375 \, m$, che si ricava da $y - y_0 = -v_o t - \frac{1}{2} g t^2$; sostituendo e risolvendo si ha

$$9375 = 375t + 4.9t^2 \qquad t = 19.9 \, s$$

In tale tempo, lo spostamento orizzontale con una velocità costante di $500 \, m/s$, sarà

$$s = 500 \, \frac{m}{s} \cdot 19.9 \, s = 9950 \, m$$

La distanza totale percorsa, in direzione orizzontale, sarà

$$d = 38316 + 12500 + 9950 = 60766 \, m$$

Esercizio 56. Un pompiere di massa $70 \, kg$ si lascia scivolare giù lungo un palo verticale con una accelerazione media di $3 \, \frac{m}{s^2}$. Trovare la forza media verticale che egli esercita sul palo.

Soluzione. La forza sul palo è legata all'attrito tra il corpo del pompiere e il palo stesso. Se il pompiere fosse in caduta libera la sua accelerazione sarebbe pari a $g = 9,81 \, \frac{m}{s^2}$. La forza d'attrito diretta in verso contrario riduce l'accelerazione di $6,81 \, \frac{m}{s^2}$, pertanto

$$F = 70 \, kg \cdot 6,81 \, \frac{m}{s^2} = 477 \, N$$

Esercizio 57. Un carro merci è caricato con delle casse che hanno un coefficiente di attrito statico di $0,25$ rispetto al piano d'appoggio. Se il treno si sta muovendo alla velocità di $50 \, \frac{km}{h}$, su che distanza minima può essere fermato senza che le casse scivolino?

Soluzione. La forza d'attrito è uguale al prodotto della componente perpendicolare della forza peso per il coefficiente d'attrito. In questo caso la componente perpendicolare coincide con il peso stesso, per cui

$$F_a = P \cdot 0,25 = \frac{P}{4}$$

Le casse sono solidali con il piano del vagone e quindi si muovono nello stesso verso del treno. Quando il treno inizia a frenare le casse subiscono una forza, per reazione, nel verso contrario. Tale forza deve, pertanto, essere tale da non sovrastare quella d'attrito, affinché le casse non scivolino sul pianale. Per cui

$$F \leq F_a \quad ma \leq \tfrac{P}{4} \quad a \leq \tfrac{P}{4m} = \tfrac{mg}{4m} = \tfrac{g}{4}$$

la distanza si può calcolare con le leggi del moto uniformemente accelerato, per cui $s = \frac{v_f^2 - v_i^2}{2a}$, dove $v_f = 13,8 \, \frac{m}{s}$ e $v_i = 0$. Sostituendo, la distanza minima sarà

$$s = \frac{13,8^2 \times 2}{9,91} = 39.3 \, m$$

Esercizio 58. Un armadio di massa totale $45\,kg$, è appoggiato al pavimento. Se il coefficiente di attrito statico fra armadio e pavimento è 0.45, trovare la minima forza orizzontale occorrente per spostarlo; se si tolgono poi i cassetti e gli indumenti, di massa complessiva $17\,kg$, trovare la nuova forza minima.

Soluzione. Ricordiamo che il coefficiente di attrito statico è definito dal rapporto tra la forza di attrito massimo e la componente normale del peso del corpo che subisce l'attrito, $\mu_s = \frac{f_s}{N}$. Il peso dell'armadio sarà, $P_{armadio} = 45\,kg \cdot 9.8\,\frac{m}{s^2} = 441\,N$; essendo l'armadio appoggiato orizzontalmente sul pavimento, la componente normale della forza peso coincide con il peso stesso, cioè $P = N$. La forza richiesta sarà

$$f_s = 0.45 \cdot 441 = 200\,N$$

Tale sarà anche la forza minima per spostare tale armadio. Se ora, la massa dell'armadio diviene $45 - 17 = 28\,kg$, il peso sarà $P = 28\,kg \cdot 9.8\,\frac{m}{s^2} = 274\,N$ e la forza di attrito sarà

$$f_s = 0.45 \cdot 274 = 123\,N$$

Esercizio 59. Un giocatore di rugby, di massa $m = 79\,kg$, mentre sta scivolando verso la meta, è frenato da una forza di attrito $f = 470\,N$. Determinare il coefficiente di attrito dinamico μ_k fra il giocatore e il terreno.

Soluzione. Anche per il coefficiente di attrito dinamico vale una relazione analoga a quella per l'attrito statico, $f = \mu_k N$, dove N è la componente perpendicolare al piano di scorrimento della forza peso del corpo. Anche in questo caso, essendo orizzontale il piano di scorrimento, $N = P = 79\,kg \cdot 9.8\,\frac{m}{s^2} = 774.2\,N$; pertanto

$$\mu_k = \frac{f}{N} = \frac{470\,N}{774.2\,N} = 0.61$$

Esercizio 60. Il coefficiente di attrito statico tra il Teflon e le uova del tegamino è circa 0.4. Trovare il minimo angolo rispetto all'orizzontale di cui bisognerà inclinare il tegame rivestito di Teflon per scodellare le uova.

Soluzione. Ragioniamo considerando il tegame come un possibile piano inclinato. In tale caso le uova rimangono ferme finché la componente parallela della forza peso non prevale sulla forza d'attrito. Tale componente è data da, in funzione dell'angolo,

$$P_{par} = P \sin\alpha$$

per cui

$$P \sin\alpha = f_{at}$$

ma, la forza di attrito è pari a

$$f_{at} = \mu_s N$$

dove N è la componente perpendicolare della forza peso, cioè, $N = P\cos\alpha$; ne segue

$$P \sin\alpha = 0.4 \cdot P\cos\alpha$$

cioè

$$\tan\alpha = 0.4$$

da cui

$$\alpha = \arctan 0.4 = 21.8°$$

Esercizio 61. Una forza di $100\,N$ è applicata, in direzione che forma un angolo di $30°$ rispetto al piano orizzontale, a una sedia di $25\,kg$ appoggiata al pavimento. Calcolare l'intensità della forza normale esercitata dal terreno sulla sedia e la componente orizzontale della forza applicata. Ammettendo un coefficiente di attrito statico di $0,420$ indicare se, per ogni angolo, la sedia rimarrà ferma o scivolerà via.

Soluzione. Soluzione: La sedia va considerata nel suo insieme anche per quanto riguarda l'attrito con il pavimento. La forza agente ad un angolo di 30° avrà una componente orizzontale:

$$F_{oriz} = F \cdot \frac{\sqrt{3}}{2} = 100\,N \cdot \frac{\sqrt{3}}{2} = 86.6\,N$$

(in questo caso possiamo evitare le funzioni goniometriche considerando che il triangolo che la forza forma con le sue componenti è la metà di un triangolo equilatero, del quale la forza rappresenta il lato, la componente verticale il semi-lato e la componente orizzontale l'altezza, che come è noto è $h = l\frac{\sqrt{3}}{2}$). Il terreno eserciterà sulla sedia una forza normale pari al peso della sedia, meno la componente verticale della forza applicata, cioè $F_{vert} = F \cdot \frac{1}{2}$:

$$F_{terreno} = 25\,kg \cdot 9.8\,\frac{m}{s^2} - 100\,N \cdot \frac{1}{2} = 195\,N$$

La forza di attrito sarà pari a

$$f = \mu_s N = 0.420 \cdot 195\,N = 82\,N$$

la sedia scivolerà quindi via.

Esercizio 62. Supponiamo che la massa di una pietra sia di $300\,kg$, e che il coefficiente di attrito statico si riduca a 0.15. Trovare l'intensità della forza orizzontale prodotta da una forte raffica di vento per mettere in movimento una tale pietra.

Soluzione. La pietra appoggia sul piano orizzontale, quindi la componente verticale del peso coincide con il peso stesso. Pertanto

$$f = \mu_s N = 0.15 \cdot \left(300\,kg \cdot 9.8\,\frac{m}{s^2}\right) = 441\,N$$

Una tale forza sarà pertanto il valore minimo che la forza orizzontale dovrà possedere.

Esercizio 63. Trovare la massima accelerazione che può auto imprimersi un podista se il coefficiente di attrito statico fra scarpa e pista è 0.95. (Durante l'accelerazione un solo piede è a contatto della pista).

Soluzione. la forza di attrito è pari a

$$f = \mu_s N = \mu_s P = 0.95 \cdot m\,kg \cdot 9.8\,\frac{m}{s^2}$$

l'accelerazione sarà

$$\frac{f}{m} = 0.95 \cdot 9.8\,\frac{m}{s^2} = 9.31\,\frac{m}{s^2}$$

Esercizio 64. Un operaio spinge orizzontalmente una cassa di $35\,kg$ con una forza di $110\,N$. Il coefficiente di attrito statico tra cassa e terreno vale 0.37. Trovare la forza di attrito esercitata dal suolo sulla cassa. In tale situazione determinare la massima forza $f_{s,max}$ di attrito statica e se la cassa si sposterà.

Soluzione. La forza di attrito statico ha la stessa intensità della forza applicata parallela alla superficie, se il corpo non è in movimento, quindi $f_s = 110\,N$; la forza d'attrito massima è espressa da $f_{s,max} = \mu_s N$; nel nostro caso la cassa scorre orizzontalmente e quindi la componente $N = P$. Pertanto:

$$f_{s,max} = 0.37 \cdot 35\,kg \cdot 9.8\,\frac{m}{s^2} = 127\,N$$

la cassa non subirà spostamenti essendo tale forza maggiore di quella impressa, cioè $f_{s,max} > 110\,N$.

Esercizio 65. Una persona spinge su un pavimento liscio una cassa di $55\,kg$ applicando orizzontalmente una forza di $220\,N$. Il coefficiente di attrito dinamico è 0.35. Trovare l'intensità della forza di attrito dinamica e l'accelerazione della cassa.

Soluzione. Soluzione: Le forze agenti sulla cassa sono la forza applicata, F, la forza applicata dal pavimento, N, la forza peso, P e la forza di attrito. Nel nostro caso $P = N$. La forza di attrito sarà

$$f_k = \mu_k N = 0.35 \cdot 55\,kg \cdot 9.8\,\frac{m}{s^2} = 189\,N$$

Tale forza è diretta in verso opposto alla forza applicata orizzontalmente, per cui la forza risultante, in direzione orizzontale ha verso diretto come la forza applicata e modulo

$$R = F - f_k = 220 - 189 = 31\,N$$

L'accelerazione sarà pertanto

$$a = \frac{F}{m} = \frac{31\,N}{55\,kg} = 0.56\,\frac{m}{s^2}$$

Esercizio 66. Un baule del peso di $220\,N$ è appoggiato sul pavimento. I coefficienti di attrito statico e dinamico fra baule e pavimento sono rispettivamente 0.41 e 0.32. Trovare la forza minima orizzontale per mettere in moto il baule; trovare inoltre la componente orizzontale della forza che lo mantiene in movimento a velocità costante. Se si continuasse a spingere con la forza richiesta per iniziare il moto, quale sarebbe l'accelerazione del baule?

Soluzione. troviamo la forza che mette in moto il baule. Essendo appoggiato orizzontalmente, si avrà che in modulo $N = P$, pertanto

$$f = \mu_s N = 0.41 \cdot 220\,N = 90.2\,N$$

Se ora il baule si muove a velocità costante, vuol dire che, per la legge di inerzia, la somma delle forze agenti è nulla; ma $N + P = 0$ e la componente orizzontale della forza sarà pari a quella della forza d'attrito dinamico, per cui

$$F = f_k = 0.32 \cdot 220\,N = 70.4\,N$$

Se invece il baule fosse sospinto con una forza F pari a $90.2\,N$, la somma delle forze agenti vedrebbe sempre $N = P$, ma $F > f_k$ con la conseguenza che la risultante sarebbe

$$R = 90.2 - 70.4 = 19.8\,N$$

che produrrebbe una accelerazione

$$a = \frac{R}{m} = \frac{19.8\,N}{\frac{220\,N}{9.8\,\frac{m}{s^2}}} = 0.88\,\frac{m}{s^2}$$

Esercizio 67. Un mobile del peso di $556\,N$ è appoggiato sul pavimento, con coefficienti di attrito $\mu_s = 0.69$ e $\mu_k = 0.56$. In quattro tentativi di spostarlo, sono state applicate forze orizzontali di $222\,N$, $334\,N$, $445\,N$ e $556\,N$. Indicare per ogni caso se il mobile si sposta e quale è la forza di attrito. (Il mobile parte da fermo).

Soluzione. Il mobile è posto orizzontalmente al piano del pavimento, in ogni caso, quindi, $N = P$ in modulo. Calcoliamo la forze massima di attrito statico e quella di attrito dinamico

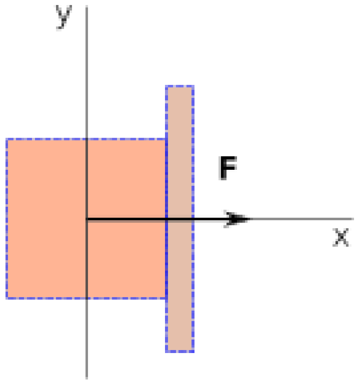
$$\begin{aligned} f_{s,max} &= 0.69 \cdot 556\,N = 384\,N \\ f_k &= 0.56 \cdot 556\,N = 311\,N \end{aligned}$$

Nei primi due casi, il mobile non si sposta, e la forza di attrito sarà pari alla componente della forza orizzontale, ma con verso opposto; si avrà quindi

$$\begin{aligned} f_s^1 &= 220\,N \\ f_s^2 &= 334\,N \end{aligned}$$

nel terzo caso $F > f_{s.max}$ per cui $F = 445 - 384\,N = 61\,N$ e la $f_k = 311\,N$, in tal caso il mobile si muove.

Esercizio 68. Una forza orizzontale $F = 12\,N$ spinge un blocco del peso di $5.0\,N$ contro una parete verticale. I coefficienti di attrito fra parete e blocco sono $\mu_s = 0.60$ e $\mu_k = 0.40$. all'inizio il blocco è fermo. Comincerà a muoversi? Trovare, espressa in versori, la forza esercitata sul blocco dalla parete.



il blocco viene spinto con forza contro la parete nel tentativo di non farlo cadere, sotto l'azione del suo peso, diretto verso il basso. La forza di attrito, diretta, verticalmente, sarà

$$f_{s_{max}} = 12\,N \cdot 0.60 = 7.2\,N$$

Questa forza è superiore al peso del corpo e lo manterrà, pertanto, fermo. La parete eserciterà sul blocco una forza che si può scomporre nelle due componenti, orizzontale e verticale. Poiché il blocco rimane fermo, le forze di attrito eguaglieranno, in modulo, la forza applicata orizzontalmente e il peso applicato verticalmente, con versi opposti:

$$F_{muro} = -12\overrightarrow{i} + 5\overrightarrow{j}$$

Esercizio 69. Una rocciatrice di $49\,kg$ sta scalando un camino fra due lastre di roccia verticali. Il coefficiente di attrito statico fra scarpe e roccia è 1.2, mentre quello fra la schiena e la roccia 0.80. Ella ha ridotto la spinta contro la roccia fino a che le scarpe e la schiena sono sul punto di scivolare. Trovare la spinta sulla roccia e la parte del suo peso che è contrastata dalla forza d'attrito sulle scarpe.

Soluzione. Possiamo schematizzare la situazione delle forze in gioco: dove appoggiano le scarpe, vi è la forza di attrito $f_{scarpe} = 1.2 \cdot F$, dove appoggia la schiena, $f_{shiena} = 0.8 \cdot F$; la risultante di tali forze, diretta verso l'alto, sarà equilibrata dalla forza peso, $P = 49\,kg \cdot 9.8\,\frac{m}{s^2} = 480\,N$, per cui

$$f_{scarpe} + f_{schiena} = P$$

da cui

$$F = \frac{P}{\mu_{scarpe} + \mu_{schiena}} = \frac{480\,N}{2} = 240\,N$$

Il coefficiente d'attrito scarpe-schiena è il 60% del totale e quindi la parte del peso che dovrà equilibrare sarà pari al 60%.